



JUNE 22, 2016

HET EFFECT VAN KHAN ACADEMY OP  
DE ONTWIKKELING VAN  
ALGEBRAÏSCHE VAARDIGHEDEN

CASPAR BONTENBAL

## Inhoudsopgave

1	Samenvatting.....	2
2	Inleiding .....	3
3	Probleemstelling.....	4
3.1	Definities.....	4
3.2	Theoretisch kader.....	4
3.3	Hoofdvraag en onderzoeksdoel.....	7
4	Methode.....	8
4.1	Planning .....	8
4.2	Onderzoeksontwerp.....	8
4.3	Dataverzameling .....	9
4.4	Statistische verwerking .....	10
5	Resultaten.....	11
5.1	Populatiebeschrijving .....	11
5.2	Nulmeting .....	11
5.3	Het proefwerk .....	12
5.4	Leerlingenenquête .....	12
5.5	Voortgang op Khan Academy.....	14
6	Discussie en conclusie .....	15
7	Literatuurlijst.....	16
8	Bijlagen .....	18
8.1	Bijlage 1 – Schermafbeeldingen van feedback op Khan Academy.....	19
8.2	Bijlage 2 – Schermafbeeldingen van de voortgang van individuele leerlingen .....	21
8.3	Bijlage 3 – Nulmeting.....	22
8.4	Bijlage 4 – Proefwerk.....	23
8.5	Bijlage 5 – Enquête Khan Academy.....	25
8.6	Bijlage 6 – Dataset totaal.....	27
8.7	Bijlage 7 – Dataset details proefwerk .....	28

## 1 Samenvatting

In dit onderzoek wordt het effect van Khan Academy op de ontwikkeling van algebraïsche vaardigheden van leerlingen uit de eerste klas van het vmbo beschreven. De onderzoeksvraag luidde welk effect het gebruik van Khan Academy heeft op de ontwikkeling op een aantal onderdelen van algebraïsche vaardigheden. De concepten algebraïsche expertise, online leren, feedback en audiovisueel materiaal zijn de ruggengraat van dit onderzoek. De dataverzameling is drieledig: de resultaten van het proefwerk, een leerlingenenquête en de gegevens van Khan Academy. Uit de resultaten blijkt dat de ontwikkeling algebraïsche expertise bij de onderzoeksgroep groter is dan die van de controlegroep. De leerlingen zijn overwegend positief over het gebruik van Khan Academy. Er is een trend tussen het gebruik van Khan Academy en de ontwikkeling van algebraïsche expertise. Geadviseerd wordt om het gebruik van Khan Academy ook in andere domeinen te onderzoeken.

## 2 Inleiding

Bij de toetsing van algebra in de tweede klas van het vmbo in het voortgezet onderwijs blijkt dat dit domein een struikelblok is voor veel leerlingen. Vermoed wordt dat deficiënties in algebra ontstaan in de eerste klas. Dit wordt bevestigd door de vaardighedentoetsen die aan het begin en einde van ieder leerjaar worden afgenomen.

Het Freudenthal Instituut heeft onderzoek gedaan naar het effect van een digitale interventie op de algebraïsche expertise (Bokhove & Drijvers, 2012). Daaruit bleek dat deze interventie een groot positief effect had op de algebraïsche expertise van de leerlingen. De vraag kan gesteld worden of eenzelfde effect zichtbaar wordt bij de leerlingen uit de eerste klas na het toepassen van een vergelijkbare digitale interventie. Hiervoor is gebruik gemaakt van de website [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org).

Khan Academy is een website waarop leerlingen wiskunde kunnen leren, wiskunde in brede zin: van basisschool rekenen tot en met wiskunde op academisch niveau. Kort gezegd bestaat Khan Academy uit een oefenomgeving waaraan instructievideo's zijn toegevoegd, zie bijlage 1. De website is adaptief, dat wil zeggen dat de website rekening houdt met het niveau van de gebruiker. Een basisschoolleerling zal dus andere stof krijgen dan een middelbare school-leerling. De website is eenvoudig in het gebruik en daarom zeer geschikt voor jongeren.

Op De Populier is de inzet van online leren gering. Dit onderzoek test de hypothese dat Khan Academy een positief effect op de ontwikkeling van algebraïsche expertise heeft, teneinde een advies over het gebruik van Khan Academy te geven aan de sectie wiskunde op De Populier.

## 3 Probleemstelling

### 3.1 Definities

In dit onderzoek worden de volgende definities gehanteerd:

- CAS:  
Computer Algebra Systeem (Artigue, 2001)
- Online leren:  
De in dit onderzoek gebruikte term 'online leren' is een vertaling van 'E-learning', door de Europese Commissie gedefinieerd als: "Het gebruik van multimedia en het internet om de kwaliteit van onderwijs te verbeteren door het verschaffen van toegang tot bronnen en services alsook digitale uitwisseling en samenwerking" of "het gebruik van netwerktechnologie ten behoeve van het creëren, onderhouden, leveren en faciliteren van onderwijs ongeacht tijd en plaats" (EC [European Commission], 2001)
- Intelligent tutoring system (ITS):  
Een ITS is een computersysteem dat zorgt voor directe en gepersonaliseerde feedback aan leerlingen, meestal zonder tussenkomst van de leraar (Intelligent tutoring system, 2016).
- Model-tracing Intelligent Tutor (MIT):  
Een MIT is een verbeterde ITS waarbij de leerling niet alleen weet of zijn/haar antwoord goed/fout is, maar waarbij de leerling ook advies krijgt om het probleem op te lossen (Chu, Yang, Tesng, & Yang, 2014).
- Toetsing:  
Black & William definiëren toetsing als "alle activiteiten van leraren die informatie oplevert en gebruikt wordt als feedback om het leerproces te verbeteren. Van formatieve toetsing is sprake wanneer het leerproces wordt aangepast aan de individuele leerling." (Black & William, 1998)

### 3.2 Theoretisch kader

Er is al veel onderzoek naar Khan Academy gedaan (Murphy, Gallagher, Krumm, Mislevy, & Hafter, 2014), ook door Khan Academy zelf gesteund door het SRI en de Bill & Melinda Gates-foundation. Vanwege de continue ontwikkeling van de website richt het grootste deel van dat onderzoek zich op de 'zachte kant' van Khan Academy: hoe ervaart de leerling en de docent Khan Academy? Daaruit bleek dat leerlingen en docenten Khan Academy als motiverend ervaren. Dit onderzoek kijkt naar de andere kant: in hoeverre is Khan Academy vergelijkbaar met offline onderwijs?

Het theoretisch kader omvat:

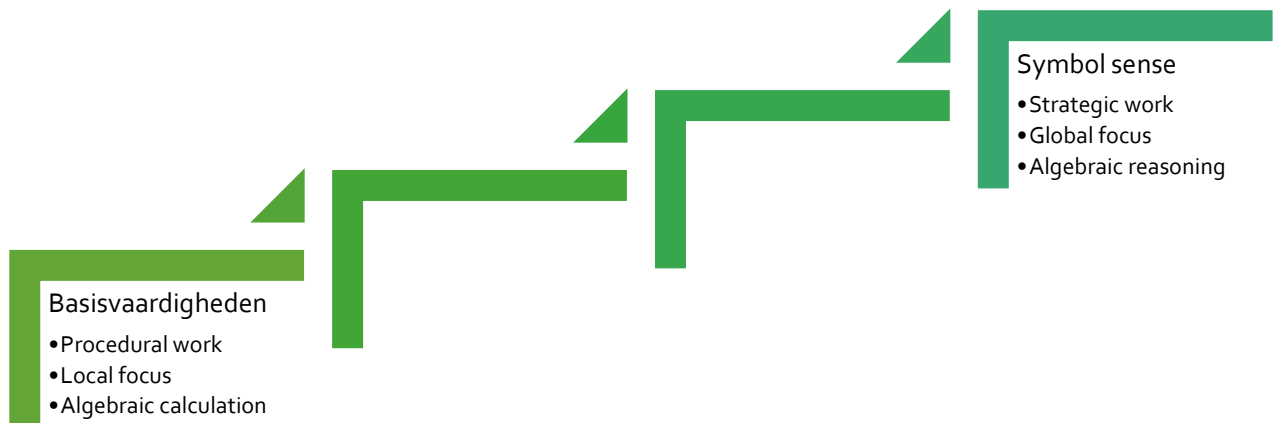
1. Wat is algebraïsche expertise?
2. Waarom zou online leren (of een CAS) de algebraïsche expertise sterker bevorderen dan andere methoden?
3. Wat is het verschil in feedback tussen online leren en 'offline' leren?

#### 3.2.1 Algebraïsche expertise

Met betrekking tot algebraïsche expertise is het volgende relevant voor dit onderzoek:

Arcavi (2005) maakt een onderscheid tussen enerzijds algebraïsche basisvaardigheden en anderzijds 'symbol sense'. Algebraïsche basisvaardigheden leunen sterk op procedures, laten een

smalle focus zien en beperkt zich tot algebraïsch rekenen. Symbol sense daarentegen omvat een strategisch aanpak, het hebben van overzicht en algebraïsch kunnen redeneren. Dit is door Drijvers, Goddijn & Kindt als volgt geschematiseerd:



*Figuur 1 - Gradaties algebraïsche vaardigheden*

Algebra wordt door leerlingen als het moeilijkste deel van de wiskunde beschouwd. Bij het werken met algebraïsche expressies zien leerlingen zich met een aantal moeilijkheden geconfronteerd. Daaruit volgen de volgende didactische aandachtspunten (Drijvers, Streun, & Zwaneveld, Handboek vakdidactiek wiskunde, 2015):

1. De dualiteit proces-object die tot uitdrukking komt bij het zogenoemde 'parsing obstacle' (Sfard, 1991), het niet in de goede volgorde kunnen lezen van een opgave (Tall & Thomas, 1991);
2. Visuele kenmerken van expressies; genoemd wordt onder andere het 'lack of closure-obstacle' (het gevoel nog niet klaar te zijn met de opgave) wat het gevolg is van het 'expected answer obstacle' (het idee dat een opgave pas klaar is als er een numeriek antwoord verkregen is) (Tall & Thomas, 1991);
3. Basisvaardigheden en symbol sense (zie eerdergenoemd schema);
4. De betekenis van algebraïsche expressies
5. Het oefenen van vaardigheden
6. Overzicht van het beschikbare repertoire aan technieken

### 3.2.2 Online leren

Waarom zou online leren de algebraïsche expertise sterker bevorderen dan andere methoden?

Bokhove en Drijvers hebben onderzoek gedaan naar het effect van een [digitale tool](#) op de ontwikkeling van algebraïsche kennis. Uit het onderzoek (onderdeel van het proefschrift van Bokhove) is gebleken dat het gebruik van de digitale tool een positief effect heeft op de ontwikkeling van algebraïsche kennis (Bokhove & Drijvers, 2012).

Volgens Alonso is er echter een discrepantie tussen de stand van de technologie en het ontbreken van e-learning lesmethoden. Er zijn geen pedagogische richtlijnen voor het analyseren, ontwerpen, ontwikkelen, ondersteunen en beheren van online lesmateriaal. E-learning kan niet zonder

pedagogische hulpmiddelen en zou, indien mogelijk, bereikt moeten worden middels gepersonaliseerd leren (Alonso, López, Manrique, & Viñes, 2005).

Drijvers meent dat het ontwerp van de digitale tool, de rol van de leraar en de onderwijskundige context een cruciale rol spelen bij de integratie en het gebruik van digitale technologieën (Drijvers, 2015). Hetzelfde blijkt uit onderzoek van Hägerstedt et al: "*Challenges experienced were e.g. technical problems and the increase in time needed for teaching*" (Hägerstedt, Mannila, Salakoski, & Back, 2014). Zwaneveld en Drijvers trekken een conclusie die voor het gebruik van ICT in het wiskundeonderwijs van groot belang is: "de inzet van ICT vraagt een goede didactische doordenking vooraf en een zorgvuldige begeleiding in de les." (Zwaneveld & Drijvers)

### 3.2.3 Feedback en audiovisueel materiaal

Het verschil tussen offline en online leren concentreert zich op twee punten: feedback en audiovisueel materiaal.

Tijdens de zoektocht naar literatuur met betrekking tot feedback komen dezelfde onderzoeker (peer reviews) naar boven: Nyquist, Hattie & Timperley en Shute. Feedback wordt door Hattie & Timperley gedefinieerd als "informatie die door een tussenpersoon (bijv. leraar, klasgenoot, ouder, boek, app of website) wordt verzameld met betrekking tot iemands prestaties of begrip" (Hattie & Timperley, 2007).

Na analyse van 3000 studies naar het effect van feedback definieert Nyquist vijf typen feedback, van beperkte zwakke feedback (leerlingen krijgen alleen de score te zien) tot sterke formatieve toetsing (leerlingen krijgen informatie over de juiste antwoorden, extra uitleg, en de manier om tot het goede antwoord te komen). Tabel 1 toont het effect voor ieder type feedback (Nyquist, 2003).

Tabel 1 – Het effect van verschillende types feedback

	<i>N</i>	<i>Effectgrootte</i>
<i>Beperkte feedback</i>	31	0,14
<i>Alleen feedback</i>	48	0,36
<i>Beperkte formatieve toetsing</i>	49	0,26
<i>Standaard formatieve toetsing</i>	41	0,39
<i>Sterke formatieve toetsing</i>	16	0,56
<i>Total</i>	<i>185</i>	

Na uitgebreid onderzoek naar het effect van feedback komt Shute tot de conclusie dat de vraag "werkt feedback?" niet eenduidig te beantwoorden is. Wel geeft hij een paar richtlijnen voor het toepassen van feedback (Shute, 2008):

1. Feedback zou specifiek moeten zijn en zou de leerling voorstellen moeten doen om zich te verbeteren. Het zou bij feedback vooral moeten gaan om het wat/hoe/waarom in plaats van goed/fout.
2. Het moment van feedback hangt sterk af van de taak: directe feedback bij procedurele kennis en uitgestelde feedback bij het zoeken naar de verbinding met andere context.

De laatste jaren wordt het concept 'blended learning' steeds meer ingezet. Essentie hiervan is de mix van face-to-face lessen en online content. Het voordeel hiervan is dat de leerling de instructie

volgt op een zelfgekozen tijd en plaats. De leerling thuis kan de instructie in tegenstelling tot de schoolsituatie desgewenst pauzeren of herhalen. Hierbij wordt gebruikt gemaakt van audiovisueel materiaal dat de leerling via internet aangeboden krijgt.

In deze context is een klein onderzoek uit Nieuw-Zeeland interessant (Smith, 2013). Daarin is onderzocht in hoeverre face-to-face leren verschilt van blended learning. Uit het onderzoek bleek geen verschil tussen beide groepen in resultaten. Wel werden verschillen waargenomen wat betreft beleving, denk aan de mate van saamhorigheid, plezier en ondersteuning van de leraar.

### 3.3 Hoofdvraag en onderzoeksdoel

Nu beschreven is wat algebraïsche expertise is, waarom online leren toegevoegde waarde heeft en wat het verschil tussen online en offline leren is, rijst de vraag wat het effect is van Khan Academy op de prestaties van leerlingen.

De hoofdvraag van dit onderzoek luidt dus:

Wat is het effect op algebraïsche expertise van de inzet van Khan Academy als CAS bij leerlingen in de 1<sup>e</sup> klas van het vmbo?

Daarbij worden drie deelvragen gesteld:

1. Zijn er significante verschillen in algebraïsche expertise tussen onderzoeksgroep en de controlegroep?
2. Wat is het subjectief gemeten effect van Khan Academy in de onderzoeksgroep?
3. Welke factoren spelen mee bij de voorgaande deelvragen?

Op De Populier wordt er binnen de sectie wiskunde weinig gebruik gemaakt van online leren terwijl de inzet van online leren een bijdrage zou kunnen leveren aan de ontwikkeling van algebraïsche expertise. Het doel van dit onderzoek is primair het verbeteren van de algebraïsche expertise van de leerlingen in de eerste klas van het vmbo en secundair het uitzoeken wat het effect van online leren is, teneinde een advies over het gebruik en de effectiviteit van Khan Academy te geven aan de sectie wiskunde op De Populier.



## 4 Methode

Dit onderzoek is een vergelijkend onderzoek. De resultaten van leerlingen die geen gebruik maken van Khan Academy worden vergeleken met de resultaten van de leerlingen die wel gebruik maken van Khan Academy.

### 4.1 Planning

Week	Activiteit
18	Start: gesprek met afstudeerbegeleider
19	Beschrijven aanleiding onderzoek en onderzoeksdoel
20	Literatuurstudie
21	Indienen onderzoeksplan
22	Uitvoeren nulmeting en lessenserie
23	Analyse van nulmeting en lessenserie / afnemen proefwerk
24	Analyse proefwerk / afnemen enquête
25	Schrijven verslag
26	Schrijven verslag
27	Beoordeling verslag

### 4.2 Onderzoeksontwerp

De eerste vraag die gesteld kan worden is: welke vaardigheden worden aangeleerd? De leerlingen zijn bekend met variabelen en formules en zijn in staat om berekeningen in de juiste volgorde op te lossen. De leerlingen kunnen 'vleksommen' oplossen. De aan te leren vaardigheden in dit onderzoek zijn:

- Het oplossen van een vergelijking in één stap door delen of vermenigvuldigen:  
Los op:  $8a = 32$
- Het oplossen van een vergelijking in één stap door optellen of aftrekken:  
Los op:  $a + 15 = 20$
- Het oplossen van vergelijkingen in twee stappen.  
Los op:  $3a - 10 = 20$

Deze vaardigheden zijn onderdeel van de mission 'Algebra basics' op Khan Academy.

#### 4.2.1 Lesprogramma

Het lesprogramma komt er voor alle klassen als volgt uit te zien:

1. Ophalen van voorkennis
2. Nulmeting
3. Uitleg van het begrip 'variabele'<sup>1</sup>
4. Het oplossen van een vergelijking in één stap door delen of vermenigvuldigen
5. Het oplossen van een vergelijking in één stap door optellen of aftrekken
6. Het oplossen van vergelijkingen in twee stappen
7. Het afronden van oplossingen
8. Voorbereiding op toets
9. Summatieve toets

---

<sup>1</sup> Het betreft hier de variabele als plaatshouder, de variabele als veranderlijke en de variabele als generalisator.

De digitale interventie vindt plaats in stap 4, 5 en 6. In die lessen gaat de onderzoeksgroep aan de slag met Khan Academy terwijl de controlegroep het reguliere lesprogramma vervolgen. Aan het eind van les 6 doen de leerlingen van de onderzoeksgroep mee aan een enquête over Khan Academy.

### 4.3 Dataverzameling

Voor het meten van algebraïsche expertise en het effect hierop van Khan Academy, worden vier databronnen gebruikt:

1. Een nulmeting
2. Het proefwerk
3. Een analyse van de voortgang op Khan Academy
4. Een enquête m.b.t. leerlingervaring

#### 4.3.1 Nulmeting

De nulmeting is bedoeld om te controleren of de onderzoeksgroep even hoog scoort op algebraïsche vaardigheden als de controlegroep. De toets bestaat uit 28 vragen. De vragen concentreren zich op vermenigvuldigen en delen, uitrekenen in volgorde, terugrekenen en rekenen met formules, zie bijlage 3.

#### 4.3.2 Het proefwerk

Voor dit onderzoek is een proefwerk ontworpen waarmee de belangrijkste onderdelen van algebraïsche expertise worden getoetst, zie bijlage 4. De vragen van het proefwerk concentreren zich op de moeilijkheden die leerlingen ervaren bij algebra zoals genoemd in de literatuur:

- De dualiteit proces-object (opgave 2)
- Visuele kenmerken van expressies (opgave 4c, 6c, 6d)
- Basisvaardigheden en symbol sense (opgave 1d, 3c)
- De betekenis van algebraïsche expressies (opgave 4a, 4b, 5)
- Het oefenen van vaardigheden (opgave 1a, 1b, 1c, 6a, 6b)
- Overzicht van het beschikbare repertoire aan technieken (opgave 3a, 3b)

De scores van het proefwerk worden op ieder onderdeel geanalyseerd. Hieruit volgt een score per onderdeel.

#### 4.3.3 Leerlingenenquête

Als laatst wordt een leerlingenenquête afgenomen waarmee wordt onderzocht in hoeverre de leerling Khan Academy als positief heeft ervaren. Daarin worden vragen gesteld als "*Het oefenen op Khan Academy heeft ervoor gezorgd dat ik bijvoorbeeld  $8a = 32$  kan oplossen*", zie bijlage 5.

#### 4.3.4 Voortgang op Khan Academy

De voortgang van de leerlingen van de onderzoeksgroep op Khan Academy wordt vergeleken met hun scores voor het proefwerk. Leerlingen worden door Khan Academy per aan te leren vaardigheid verdeeld in de volgende categorieën:

- Needs Practice (niet of vrijwel niet geoefend);
- Struggling (herhaaldelijk geoefend zonder succes);
- Practiced (geoefend met matig succes);

- Level 1 (ge oefend met redelijk succes);
- Level 2 (beheerst het onderwerp redelijk tot goed);
- Mastered (ge oefend met succes en beheerst het onderwerp goed).

Per leerling is in dit onderzoek een analyse gemaakt van hun vaardigheden aan de hand van hun voortgang op Khan Academy, zie voor een voorbeeld bijlage 2. Daaruit volgt een score van 0 t/m 10.

#### 4.4 Statistische verwerking

Voor de statistische analyse is gebruik gemaakt van Microsoft Excel 2016. De populatie is gekarakteriseerd met behulp van beschrijvende statistiek (aantal, percentage, verhouding, gemiddelde, standaardafwijking). Voor de vergelijkende statistiek is gebruik gemaakt van de t-toets en de correlatiecoëfficiënt.

## 5 Resultaten

Alle gegevens die in het volgende worden genoemd, staan in bijlage 6 en bijlage 7.

### 5.1 Populatiebeschrijving

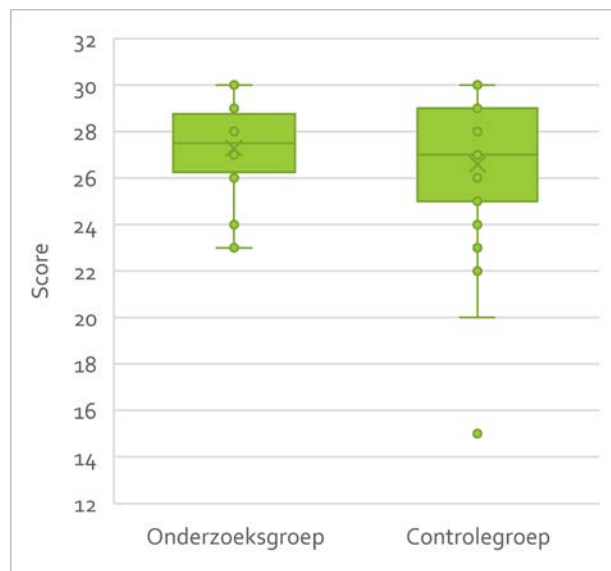
Alle 1<sup>e</sup>-klas vmbo-leerlingen op De Populier hebben meegewerkt aan dit onderzoek. De onderzoekspopulatie wordt als volgt gekenmerkt:

Tabel 2 - Kenmerken onderzoekspopulatie

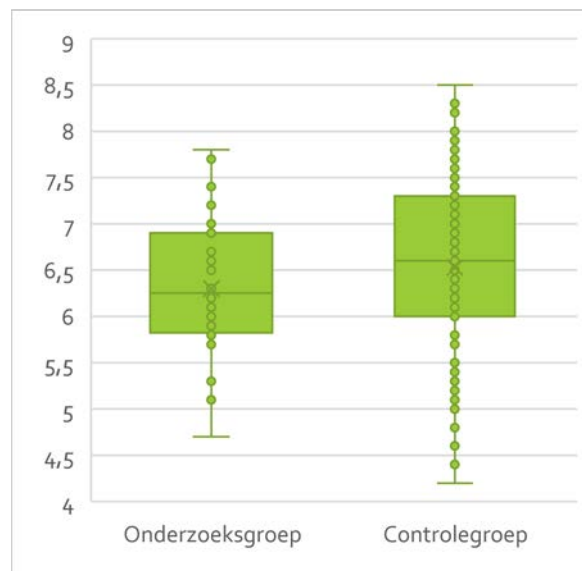
Klas	Onderzoeksgroep	Controlegroep
N =	28	57
M/V-ratio	1,00	1,11
Gemiddeld cijfer wiskunde	6,3	6,5
Gemiddeld cijfer Engels	6,1	6,6

De onderzoeksgroep scoort lager op zowel wiskunde als Engels. Het gemiddeld cijfer voor Engels is relevant aangezien Khan Academy volledig Engelstalig is.

### 5.2 Nulmeting



Figuur 3 - Boxplot van scores nulmeting

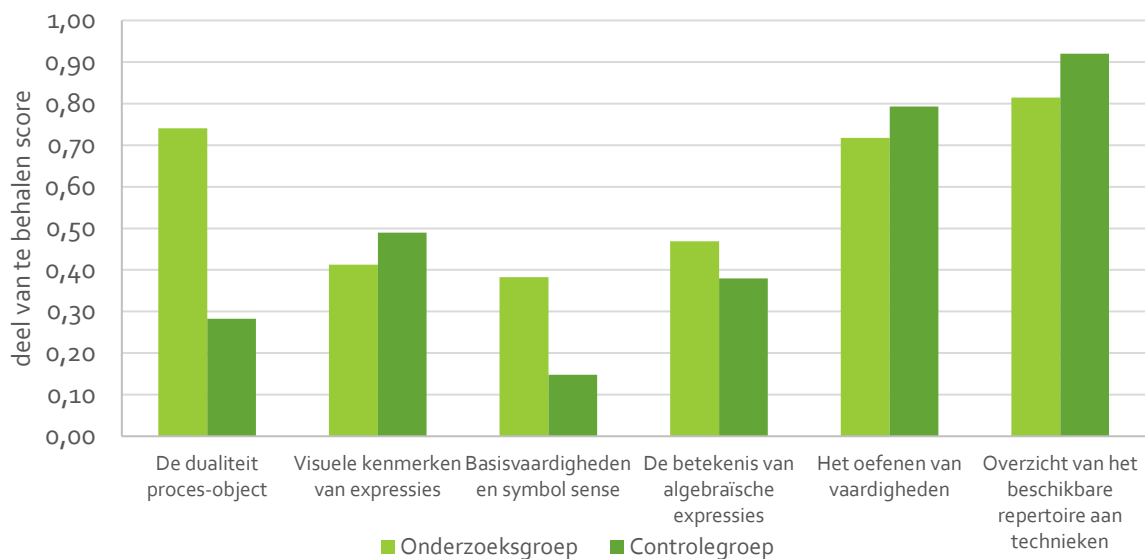


Figuur 2 - Gemiddeld cijfer t/m periode 3

Figuur 3 laat zien dat de onderzoeksgroep ( $M=27,3$ ;  $SE=1,77$ ) hoger scoort voor de nulmeting dan de controlegroep ( $M=26,6$ ;  $SE=2,95$ ). Figuur 2 laat tevens zien dat het gemiddelde van de controlegroep aan het eind van periode 3 hoger is ( $M=6,27$ ;  $SE=0,63$ ) dan het gemiddelde van de onderzoeksgroep ( $M=6,51$ ;  $SE=1,04$ ).

### 5.3 Het proefwerk

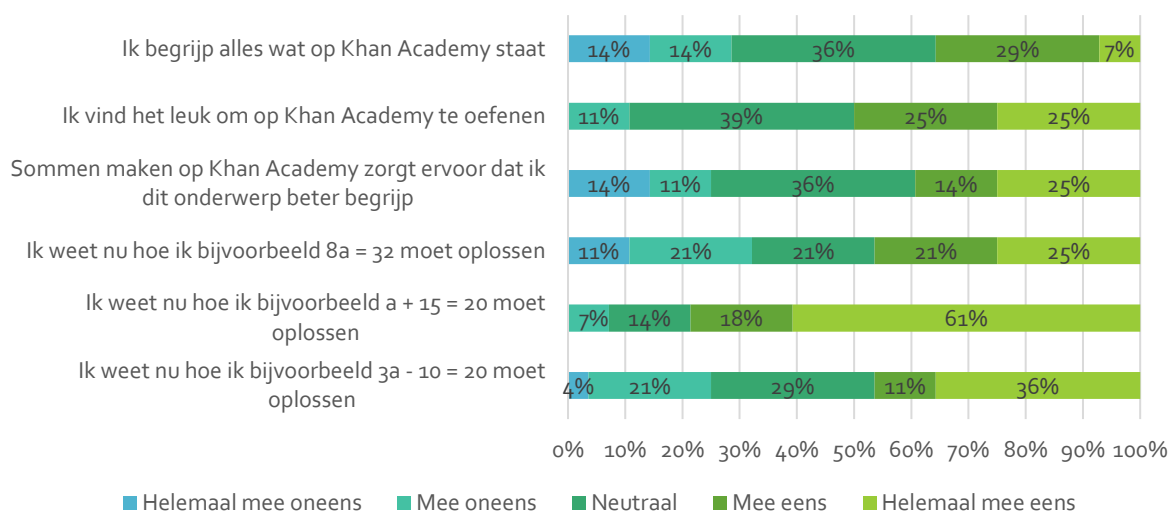
Op het punt 'dualiteit object-proces' en 'basisvaardigheden en symbol sense' scoort de onderzoeksgroep hoger dan de controlegroep. Op het totaal scoort de onderzoeksgroep ( $M=0,585$ ;  $SE=0,028$ ,  $N=24$ ) significant ( $t(75)= 2,269$ ;  $p<0,05$ .) hoger dan de controlegroep ( $M=0,498$ ;  $SE=0,023$ ,  $N=53$ ).



Figuur 4 - Gemiddelde scores algebraïsche expertise

### 5.4 Leerlingenenquête

Van de 28 leerlingen van de onderzoeksgroep hebben er vier geen toegang tot een computer en heeft één leerling geen smartphone. In Figuur 5 worden de resultaten van de zes vragen met betrekking tot de ervaring van de leerlingen met Khan Academy van de onderzoeksgroep weergegeven.



Figuur 5 - Ervaring van de leerlingen met Khan Academy

De enquête laat zien dat een deel van de leerlingen niet altijd begrijpt wat er op Khan Academy staat. Het merendeel van de leerlingen geeft aan dat Khan Academy motiverend is. Een groot deel van de leerlingen is van mening dat Khan Academy verduidelijkend. Wanneer naar de drie vaardigheden gevraagd wordt, blijkt dat het merendeel zichzelf als vaardig beschouwd op het punt 'het oplossen van een vergelijking in één stap door optellen of aftrekken ( $a + 15 = 20$ )'. De andere twee vaardigheden 'het oplossen van een vergelijking in één stap door delen of vermenigvuldigen ( $8a = 32$ )' en 'het oplossen van vergelijkingen in twee stappen ( $3a - 10 = 20$ )' scoren minder.

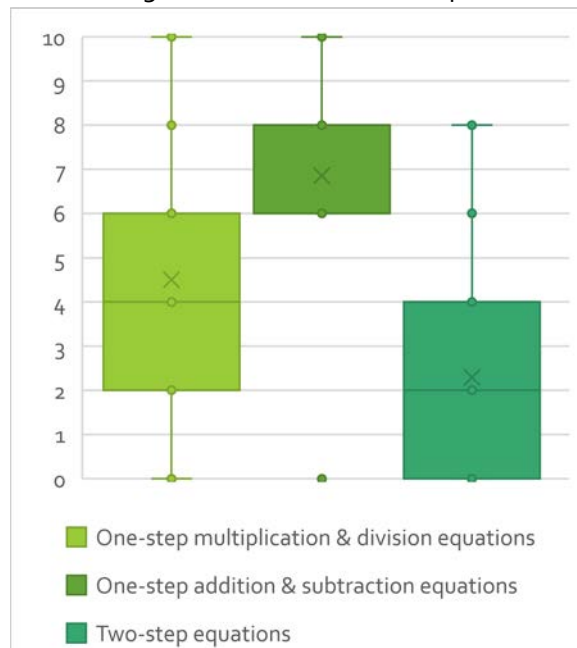
Van de open vragen geven twee vragen inzicht in de algebraïsche vaardigheid van de onderzoeksgroep. Hieronder een greep uit de reacties:

1. Als ik in een formule een letter zie staan, dan denk ik ...
  - "Aan de bordjes techniek"
  - "Hoe reken ik dit uit"
  - "Daar moet ik antwoord op geven"
  - "Dat ik eerst moet berekenen wat de letter is"
  - "Hoe moet ik ie die som uitrekenen"
  - "Uitrekenen"
  - "Oplossen niet veel bijzonders"
  - "Dat ik erachter moet komen wat die letter betekend"
  
2. Wat is een formule eigenlijk?
  - "De manier van het maken van de sommen in een korte zin"
  - "De manier waarop je iets uitrekent"
  - "Een makkelijkere manier om een som uit te rekenen en ook sneller"
  - "Een berekening van een som in letters"
  - "Een wiskundige zin met variabelen"
  - "Dat is een berekening uitgedrukt in letters"
  - "Een som waar het antwoord al staat en de berekening ontbreekt"
  - "Dat is de som van het antwoord"
  - "Een pijlenketting in woorden"
  - "Een som in woorden"

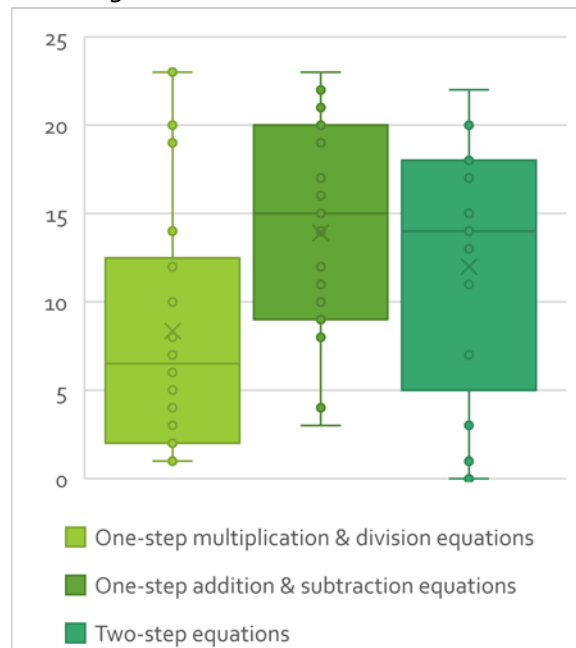
## 5.5 Voortgang op Khan Academy

Van alle leerlingen is een analyse gemaakt van hun vooruitgang op Khan Academy met een score van 0 tot 10. Ook is de bijgehouden hoeveel tijd leerlingen hebben besteed aan de oefenopgaven.

Daaruit volgen de onderstaande boxplots voor de drie vaardigheden.



Figuur 7 - Voortgang onderzoeksgroep op Khan Academy



Figuur 6 - Tijd besteed aan oefenopgaven op Khan Academy

Uit de data blijkt dat er geen relatie is tussen de bestede tijd op Khan Academy en de vooruitgang van de leerling op Khan Academy als het gaat om de drie vaardigheden ( $r=,108$ ;  $r=,005$ ;  $r=-,376$ ). Leerlingen die langer hebben geoefend zijn er niet per se op vooruit gegaan. Ook is er geen relatie tussen de vooruitgang van de leerling op Khan Academy en de score op algebraïsche vaardigheid ( $r=-0,093$ ;  $r=-0,137$ ;  $r=-0,195$ ).

Ook is onderzocht of de beheersing van het Engels invloed heeft op zowel de voortgang op Khan Academy als de motivatie om gebruik te maken van Khan Academy. Dat bleek beide niet het geval. De beheersing van Engels heeft geen relatie met de antwoorden op de vraag 'Ik vind het leuk om op Khan Academy te oefenen' ( $r=-0,101$ ), heeft geen relatie met de voortgang op Khan Academy ( $r=0,006$ ) en heeft vrijwel geen relatie met de bestede tijd op Khan Academy ( $r=0,354$ ).

## 6 Discussie en conclusie

De hoofdvraag van dit onderzoek luidde: Wat is het effect op algebraïsche expertise van de inzet van Khan Academy als CAS bij leerlingen in de 1<sup>e</sup> klas van het vmbo? Daarbij zijn drie deelvragen gesteld:

1. Zijn er significante verschillen in algebraïsche expertise tussen onderzoeksgroep en de controlegroep?
2. Wat is het subjectief gemeten effect van Khan Academy in de onderzoeksgroep?
3. Welke factoren spelen mee bij de voorgaande deelvragen?

Uit dit onderzoek blijkt dat er significante verschillen zijn tussen de onderzoeksgroep en de controlegroep wat algebraïsche expertise betreft. De onderzoeksgroep scoort op de onderdelen 'dualiteit proces-object' en 'algebraïsche vaardigheden en symbol sense' significant hoger dan de controlegroep. Rekening houdend met het feit dat de onderzoeksgroep lager scoort voor wiskunde, versterkt dat het beeld dat deze interventie effect heeft. De enquête bevestigt deze constatering en geeft een positief beeld van Khan Academy. Leerlingen geven aan dat Khan Academy hen motiveert en helpt. Dit sluit aan op eerdergenoemd onderzoek van het SRI en de Bill & Melinda Gates-foundation (Murphy, Gallagher, Krumm, Mislevy, & Hafter, 2014). Het sluitstuk van dit onderzoek is de analyse van de voortgang van de leerlingen. Logischerwijs zouden leerlingen die op Khan Academy hoger scoren ook hoger moeten scoren op algebraïsche expertise. Dat is niet het geval.

Bij deze resultaten is een aantal kanttekeningen te plaatsen. De eerste en meest voor de hand liggende is het feit dat de onderzoeksgroep een andere docent heeft dan de andere twee klassen. Het is zeer goed mogelijk dat de docent die de onderzoeksgroep lesgeeft en tegelijkertijd dit onderzoek uitvoert, onbewust meer energie gestoken heeft in de lessenserie. Daarnaast is het CAS van Khan Academy beperkt. Ingebouwde functionaliteit die de leerling door het oplossingsproces heen gidst, zoals bij de digitale modules van het Freudenthal Instituut, ontbreekt vooralsnog. Daardoor hebben sommige leerlingen alsnog pen en papier nodig om complexere opgaven op te lossen. Daarmee valt het positieve effect van een CAS zoals beschreven in de literatuur gedeeltelijk weg. De missende schakel is in dit onderzoek het uitsluiten van factoren die van invloed zouden kunnen zijn op de ontwikkeling van algebraïsche expertise, de zogenaamde 'multi-analysis'. Er is een voorzichtige poging gedaan om een aantal factoren, zoals de beheersing van het Engels, uit te sluiten, dit was echter niet volledig.

Dit onderzoek toont aan dat het gebruik van Khan Academy een positieve invloed heeft op de toename in algebraïsche expertise bij leerlingen van de eerste klas van het vmbo in het voortgezet onderwijs. Uit dit onderzoek volgt de aanbeveling dat verder en diepgaander onderzoek zinvol is. Aangezien Khan Academy voortdurend verandert, zou het goed zijn om te wachten tot Khan Academy een volledig functionerend CAS heeft.

Aangezien Khan Academy wordt ontwikkeld door vrijwilligers is dit verslag ook een oproep aan alle wiskundedocenten om een actieve bijdrage te leveren aan dit veelbelovende initiatief!



## 7 Literatuurlijst

- Alonso, F., López, G., Manrique, D., & Viñes, J. M. (2005). An instructional model for web-based e-learning education with a blended learning process approach. *British Journal of Educational Technology*, 217–235.
- Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 42–47.
- Artigue, M. (2001). Learning Mathematics in a CAS Environment. *CAME Symposium*. Université Paris & Denis Diderot & IREM.
- Black, P., & William, D. (1998). *Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment*. Phi Delta Kappa International.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2012). Effects of a digital intervention on the development of algebraic expertise. *12th International Congress on Mathematical Education*. Seoul.
- Chu, Y.-S., Yang, H.-C., Tesng, S.-S., & Yang, C.-C. (2014). Implementation of a Model-Tracing-Based Learning Diagnosis System to Promote Elementary Students' Learning in Mathematics. *Educational Technology & Society*, 347-357.
- Drijvers, P. (2015). Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer International Publishing Switzerland.
- Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (2005). Computer algebra as an instrument: examples of algebraic schemes. In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche, *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators* (pp. 171-176). Boston: Springer Science + Business Media, Inc.
- Drijvers, P., Streun, A. v., & Zwaneveld, B. (2015). *Handboek vakdidactiek wiskunde*. Epsilon Uitgaven.
- EC [European Commission]. (2001). *Communication from the commission to the council and the European parliament: the e-Learning action plan*. Brussels.
- Hägerstedt, E., Mannila, L., Salakoski, T., & Back, R.-J. (2014). Teachers' experience from using interactive e-books in the classroom. *NORMA14* (pp. 173-183). Turku: Publications of the Finnish Research Association for Subject Didactics.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 81-112.
- Intelligent tutoring system*. (2016, April 23). Opgehaald van Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Intelligent\\_tutoring\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Intelligent_tutoring_system)
- Murphy, R., Gallagher, L., Krumm, A., Mislevy, J., & Hafter, A. (2014). *Research on the Use of Khan Academy in Schools*. Menlo Park, CA: SRI Education.
- Nyquist, J. B. (2003). *The benefits of reconstructing feedback as a larger system of formative assessment: a meta-analysis*. Nashville, Tennessee: Vanderbilt University.

- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Shute, V. J. (2008). Focus on formative feedback. *Review of Educational Research*, 78(1), 153-189.
- Smith, N. V. (2013). Face-to-face vs. blended learning: Effects on secondary students' perceptions and performance. *2nd Cyprus International Conference on Educational Research, (CY-ICER 2013)* (pp. 79-83). Elsevier Ltd.
- Tall, D., & Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the. *Educational Studies in Mathematics* 22, 125-147.
- Zwaneveld, B., & Drijvers, P. (sd). Van knoppen naar kennis. In *Handboek vakdidactiek wiskunde*.

## 8 Bijlagen

## 8.1 Bijlage 1 – Schermafbeeldingen van feedback op Khan Academy

Schermafbeeldingen van [www.KhanAcademy.org](http://www.KhanAcademy.org)

### Two-step equations

Practice solving equations that take two steps to solve.



---


Solve for  $e$ .

$$7e - 4 = 31$$

$e =$

**Stuck? These things might help.**  
Don't worry, you won't lose your streak.

-  **Two-step equations intuition**  
This example demonstrates how
-  **Intro to two-step equations**  
Here's how we solve a two step

Scratchpad 

[Report a mistake](#)

---

[Get a hint](#) Get 5 correct in a row [Check answer](#)

Feedback bij fout antwoord

[Get a hint](#) Not correct yet, please try again. [Check answer](#)

Feedback

1 / 4 | Let's add and then divide to get  $e$  by itself.

2 / 4

$$7e - 4 = 31$$

$$7e - 4 + 4 = 31 + 4 \quad \text{add 4 to each side}$$

$$7e - \cancel{4} + \cancel{4} = 31 + 4$$

$$7e = 31 + 4$$

3 / 4

$$7e = 35$$

$$\frac{7e}{7} = \frac{35}{7} \quad \text{divide each side by 7 to get } e \text{ by itself}$$

$$\frac{\cancel{7}e}{\cancel{7}} = \frac{35}{7}$$

$$e = \frac{35}{7}$$

4 / 4

The answer:

$$e = 5 \quad \text{[Let's check our work!]}$$

Controle

4 / 4

The answer:

$$e = 5 \quad \text{[Okay, got it!]}$$

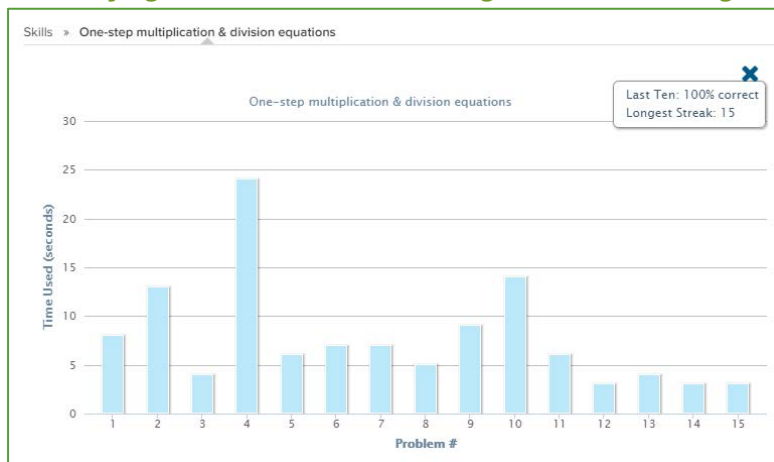
$$7e - 4 = 31$$

$$7(5) - 4 \stackrel{?}{=} 31$$

$$35 - 4 \stackrel{?}{=} 31$$

$$31 = 31 \quad \text{Yes!}$$

## 8.2 Bijlage 2 – Schermafbeeldingen van de voortgang van individuele leerlingen



Figuur 8 - Schermafbeelding van voortgang bij het onderdeel One-step multiplication & division equations



Figure 9 - Schermafbeelding van voortgang bij het onderdeel One-step addition & subtraction equations



Figure 10 - Schermafbeelding van voortgang bij het onderdeel Two-step equations

### 8.3 Bijlage 3 – Nulmeting

**1** Bereken

- a)  $3 \times 4 =$
- b)  $5 \times 9 =$
- c)  $2 \times 8 =$
- d)  $5 \times 5 =$
- e)  $1 \times 9 =$
- f)  $6 \times 7 =$
- g)  $9 \times 4 =$
- h)  $8 \times 0 =$

**2** Bereken. Schrijf je berekening op.

- a)  $2 + 3 \times 4 =$
- b)  $5 \times 6 - 18 =$
- c)  $35 \div 7 - 2 =$
- d)  $20 \div 5 + 3 \times 7 =$
- e)  $2 \times (8 - 3) =$
- f)  $24 - 14 \div 2 =$
- g)  $34 - (33 - 22) - 13 =$
- h)  $18 \div 6 \times 2 =$

**3** Bereken.

- a)  $\dots - 15 = 10$
- b)  $36 = 6 \times \dots$
- c)  $3 \times \dots = 6$
- d)  $\dots \times 5 = 45$
- e)  $2 \times \dots = 10$
- f)  $72 \div \dots = 9$
- g)  $\dots + 26 = 63$
- h)  $(\dots + 14) \div 11 = 4$

**4** Paul gaat verven. Hij berekent voor de verflus een uurtarief van €5,-. De voorrijkosten van Paul zijn €16,-.

- a) Wat zijn de totale kosten als Paul 2 uur verft?
- b) Wat zijn de totale kosten als Paul 5 uur verft?
- c) Maakt de formule die Paul gebruikt om de *totale kosten* te berekenen.
- d) Bij een groot huis waren de totale kosten €66,-. Hoeveel uur heeft Paul geverfd?

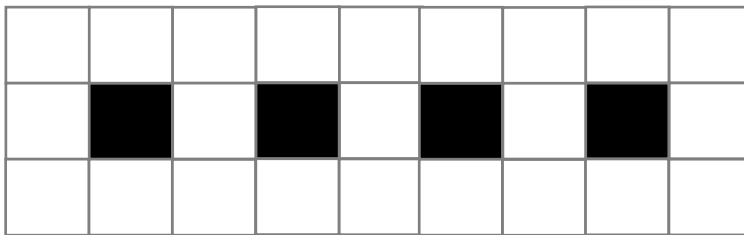
## 8.4 Bijlage 4 – Proefwerk

Zonder rekenmachine. Schrijf bij iedere opgave je berekeningen op. Schrijf de versie op. Dit proefwerk bestaat uit 6 opgaven.

1 Los op de volgende vergelijkingen op. Schrijf precies op hoe je het doet.

- a)  $15 \times k = 60$
- b)  $l - 38 = 60$
- c)  $2 \times m - 3 = 11$
- d)  $3 \times n + 5 = 4 \times n$

2 Bradley wil de tegels leggen in de tuin. Hij koopt zwarte en witte tegels. De zwarte tegels kosten **a** euro, de witte tegels kosten **b** euro.



Bekijk het figuur hierboven. Wat kosten deze tegels totaal?

3 Bill repareert computers aan huis. Hij rekent € 45,- per uur. De voorrijkosten zijn € 30,-. Het bedrag in euro's berekent Bill met de formule  $\text{aantal uur} \times 45 + 30 = \text{bedrag}$ .

- a) Maak van de woordformule een letterformule.
- b) Welk bedrag brengt Bill in rekening als hij drie uur bezig is geweest met een reparatie?
- c) Bij klant Appie is Bill 1,5 uur aan het werk geweest en bij klant Bert 3 uur, dus twee keer zo lang.  
Leg uit of de rekening bij klant Bert ook twee keer zo hoog is dan bij klant Appie.



- 4 Ahmed en Bert zijn buschauffeur en rijden met hun bussen groepen toeristen rond in Amsterdam. Bert heeft een lijst op de voorruit met daarop de prijzen voor groepen. Ahmed heeft geen lijst op zijn voorruit maar een formule.

Ahmed is even duur als Bert. Welke formule gebruikt Ahmed?

Waarom gebruikt Ahmed geen lijstje maar een formule?

Er komt een groep van 16 personen bij Ahmed. Wat zijn de totale kosten voor die groep?

**Totaalprijs voor groepen**

4 personen:	17 euro
5 personen:	20 euro
6 personen:	23 euro
7 personen:	26 euro
8 personen:	29 euro
9 personen:	32 euro
10 personen:	35 euro
11 personen:	38 euro
12 personen:	41 euro

- 5 Mark vraagt aan Tom "Hoe oud is jouw moeder?" Tom antwoordt "De leeftijd van mijn moeder min drie, gedeeld door vijf, en daarvan het antwoord is mijn eigen leeftijd." Tom is 13.

Hoe oud is de moeder van Tom?

- 6 Los de volgende vergelijkingen op. Schrijf precies op hoe je het doet. Rond indien nodig af op twee decimalen.

a)  $a \times 3 + 27 = 39$

b)  $b \times 6 + 13 = 127$

c)  $0,50 \times c + 74,10 = 100$

d)  $8 + 1,8 \times d = 11$

## 8.5 Bijlage 5 – Enquête Khan Academy

1. Voornaam
2. Leerlingnummer
3. Heb je een smartphone \* Markeer slechts één ovaal.  
Ja / Nee
4. Is er thuis een computer waarop je kunt werken als je dit wilt? \* Markeer slechts één ovaal.  
Ja / Nee
5. Hieronder staan een aantal uitspraken over Khan Academy. Wat vind jij? \* Markeer slechts één ovaal per rij.

	<i>Helemaal mee eens</i>	<i>Mee eens</i>	<i>Neutraal</i>	<i>Mee oneens</i>	<i>Helemaal mee oneens</i>
<i>Ik begrijp alles wat op Khan Academy staat</i>					
<i>Ik vind het leuk om op Khan Academy te oefenen</i>					
<i>Sommen maken op Khan Academy zorgt ervoor dat ik dit onderwerp beter begrijp</i>					
<i>Ik weet nu hoe ik bijvoorbeeld <math>8a = 32</math> moet oplossen</i>					
<i>Ik weet nu hoe ik bijvoorbeeld <math>a + 15 = 20</math> moet oplossen</i>					
<i>Ik weet nu hoe ik bijvoorbeeld <math>3a - 10 = 20</math> moet oplossen</i>					

6. Als ik in een formule een letter zie staan, dan denk ik ... \*



## 8.6 Bijlage 6 – Dataset totaal

Vanwege de privacy van de leerlingen is de dataset niet openbaar.

## 8.7 Bijlage 7 – Dataset details proefwerk

Vanwege de privacy van de leerlingen is de dataset niet openbaar.