

Je kunt meer als je denkt

VERSLAG VAKDIDACTIEK JAAR 4

Caspar Bontenbal
0903785 | LERO-WIS

Inhoudsopgave

1	Opdracht week 2 – Taal in de les	2
2	Opdracht week 3 – Voorbereiding denkactiviteit.....	3
2.1	Klas en niveau.....	3
2.2	Verantwoording	3
2.3	Lesmateriaal.....	3
3	Opdracht week 4 – Recensie	4
4	Opdracht week 6 – Visie op ICT in wiskundeonderwijs	5
4.1	Visie op ICT.....	5
4.2	Lesvoorbereiding.....	7
5	Opdracht week 7 – Redeneren over gegevens	8
6	Opdracht week 8 – Reflectie op ontwikkeling.....	9
6.1	Competentie 1 – Interpersoonlijk competent.....	9
6.2	Competentie 2 – Pedagogisch competent	9
6.3	Competentie 3 – Vakinhoudelijk en didactisch competent.....	9
6.4	Competentie 4 – Organisatorisch competent	9
6.5	Competentie 5 – Samenwerking met collega’s	10
6.6	Competentie 6 – Samenwerking met de omgeving	10
6.7	Competentie 7 – Reflectie en ontwikkeling.....	10
7	Bibliography.....	11
8	Bijlage 1.....	12

1 Opdracht week 2 – Taal in de les

In portfolio: Beschrijving lesmoment over taal. Denk hierbij aan het herformuleren van uitspraken van leerlingen etc. Reflecteer op je handelen en gebruik daarbij de bijgeleverde literatuur. Wanneer je andere literatuur gebruikt, weet dan zeker dat dit een goede (liefst wetenschappelijke) bron is.

Als ik denk aan taal in mijn wiskundeles denk ik direct aan een aantal dingen:

- Het gebruik van synoniemen: dan zeg ik bijvoorbeeld “dit is dus het punt waar het ene goedkoper wordt dan het andere, het omslagpunt, het kantelpunt, het snijpunt van de twee lijnen.” Door op deze manier met taal om te gaan maak ik mijn leerlingen ervan bewust dat een begrip met meerdere woorden samenvalt en dat ze woorden met elkaar samenhangen. Het voordeel daarvan is dat de kans groter is dat de leerling een aanknopingspunt vindt om het begrip of concept te onthouden.
- Ik sta vaak even stil bij de schrijfwijze van woorden, bijvoorbeeld “parallelogram” of “coördinaat”.
- Onlangs vroeg een leerling “meneer, dit is toch een kubus” en liet daarbij een vierkant zien. Dan zeg ik niet alleen “nee, sukkel, dat is een vierkant” maar ik zeg ook “een vierkant is plat, net zoals een rechthoek en een cirkel. Anders is het een balk of een bol”. Daarmee maak ik duidelijk dat bepaalde begrippen overeenkomsten hebben.
- Als ik een cirkel teken en vraag “wat is dit?” en een leerling zegt “een rondje” zeg ik “ja, maar dat noemen we vanaf nu een cirkel”.
- Een zinvolle activiteit is het door de leerlingen laten maken van (toets)opgaven. Daarmee test ik niet alleen hun beheersing van de stof maar ook de verbinding met de

Ik ben me dus zeer bewust van het belang van taal. Desondanks maak ik weinig gebruik van talige opgaven. Op dit moment heb ik niet de tools om de wiskundige taalvaardigheid van mijn leerlingen te ontwikkelen.

Ook de opgaven uit het boek doen weinig met taal. Meestal is de opdracht “reken uit” of “leg uit waarom” of “laat zien dat”. De opdrachten in zowel Moderne Wiskunde als Getal & Ruimte bestaan vooral uit tekst die geïnterpreteerd moet worden. Ik herinner me geen opgaven waarbij de opdracht is om van wiskunde een bijbehorende tekst te produceren.

Horizontaal mathematiseren is dus vooral eenrichtingsverkeer. Bij meetkunde en statistiek zal dat niet zo snel voor onoverkomelijke problemen zorgen, bij algebra echter, kan dit een obstakel vormen. De meeste leerlingen hebben geen flauw idee wat te antwoorden als ze gevraagd wordt “kun je een voorbeeld geven bij de formule $y = 120 \times t + 30$ ” of “wat heb je gedaan nu je de oplossing van deze vergelijking hebt?”. Iedere vorm van symbol sense (Drijvers, Wat bedoelen ze toch met... symbol sense?, 2012) lijkt dus te ontbreken.

Overigens is in deze context de TED-talk van Dan Meyer erg boeiend:

http://www.ted.com/talks/dan_meyer_math_curriculum_makeover?language=nl

2 Opdracht week 3 – Voorbereiding denkactiviteit

2.1 Klas en niveau

Ik heb gekozen voor de eerste klas, havo/vwo. De reden hiervoor is dat wiskundige denkactiviteiten wat mij betreft niet vroeg genoeg kunnen beginnen. Door havo/vwo als niveau te kiezen is het lesmateriaal eenvoudig om te vormen naar vmbo- dan wel vwo-materiaal.

2.2 Verantwoording

Een wiskundige denkactiviteit (WDA), wat is dat eigenlijk? Een WDA is een activiteit die wiskundige kernconcepten verbindt met een bijpassende context en vice versa.

"cTWO onderscheidt een zestal denkactiviteiten die kernconcepten met elkaar en met contexten verbinden:

- *Modelleren en algebraïseren*
Dit betreft het vertalen van een probleem in wiskundige termen, bijvoorbeeld door het opstellen van formules en vergelijkingen.
- *Ordenen en structureren*
Dit behelst het ordenen van de probleemsituatie en aanbrengen van structuur, bijvoorbeeld door objecten op kenmerken te classificeren.
- *Analytisch denken en probleemoplossen*
Dit heeft betrekking op het kiezen van een probleemaanpak, de vaardigheid om wiskundige problemen te formuleren, te representeren en oplossingsstrategieën te vinden.
- *Formules manipuleren*
Hier gaat het zowel om handmatige vaardigheden in het herleiden van formules, als om inzicht in de structuur van de formule en in het te volgen oplossingsproces als geheel.
- *Abstraheren*
Bij abstractie gaat het erom dat de wereld van wiskundige objecten voor leerlingen in toenemende mate concreet wordt.
- *Logisch redeneren en bewijzen*
Dit betreft het vermogen om heldere redeneringen en bewijzen op te zetten en deze zorgvuldig te formuleren."
(Drijvers, Wat bedoelen ze toch met... denkactiviteiten?, 2011)

In feite is het de bedoeling van een WDA dat de leerling zelf de achterliggende wiskunde ontdekt.

2.3 Lesmateriaal

De in bijlage 1 uitgewerkte denkactiviteit is in allerlei vormen ook op internet te vinden. Wiskunde en M&M zijn een geliefde combinatie, zowel bij docenten als bij leerlingen.

Deze WDA is ontworpen voor 'denkles' een vak dat op De Populier gegeven wordt. Met denklessen probeer ik de leefwereld van onze leerlingen te verbinden met de wetenschappelijke wereld en met wetenschappelijke concepten. Eigenlijk realiseer ik me nu pas dat dit typisch denkactiviteiten zijn. De in bijlage 1 beschreven denkles is dus een wiskundige denkactiviteit.

Het onderwerp: Statistiek - waarschijnlijkheid. De rest wijst zichzelf.

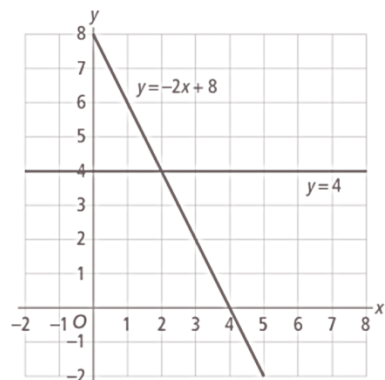
3 Opdracht week 4 – Recensie

Recensie 200 woorden van opgave uit wiskundeboek

Schrijf een recensie over een opgave van jouw methode. In deze recensie: realistisch karakter, denkstappen, hor en vert mathematiseren, eigen inbreng.

Hieronder een opgave uit Moderne Wiskunde, 2^e klas, HAVO/VWO, deel 2, hoofdstuk 9, paragraaf 9.4, onderwerp 'Omslagpunt':

- 28 Hiernaast staan de grafieken getekend bij de formules $y = -2x + 8$ en $y = 4$.
- Welke betekenis heeft de oplossing van de ongelijkheid $-2x + 8 > 4$ voor de grafieken hiernaast?
 - Leg uit met behulp van de grafieken dat $x = 1$ een oplossing is van deze ongelijkheid.
 - Geef nog twee oplossingen van de ongelijkheid $-2x + 8 > 4$.
 - Geef de oplossing van de ongelijkheid van opdracht a.
 - Los met behulp van de grafiek de ongelijkheden $-2x + 8 < 4$ en $-2x + 8 > 1$ op.



Deze opgave is de laatste opgave van deze paragraaf en vormt de opstap naar de volgende paragraaf 'Ongelijkheden oplossen'. Hoewel vlak voor de opgave een kort stukje theorie staat, komt de term 'Ongelijkheid' rauw op het dak vallen. Leerlingen raken direct bij vraag 28a in paniek: "Welke betekenis heeft de oplossing van ...?" De leerling is zich bij het einde van deze paragraaf nog maar amper bewust van het feit dat het oplossen van vergelijkingen ook vertaald kan worden naar een praktijkprobleem (horizontale mathematiseren) of er komt al de vraag wat van het oplossen van een ongelijkheid de betekenis is.

Het ontbreken van iedere vorm van context is een gemist kans. Juist hier zou de koppeling gemaakt kunnen worden naar de vraag 'Wanneer is een dieselauto goedkoper dan een benzineauto?'. Op dat moment wordt de vraag realistischer en kan er een koppeling gemaakt worden met andere begrippen en concepten.

Wat mij betreft wordt de vraag gewijzigd. Volgens mij ligt de kern bij de laatste deelvraag.

- Reken uit waar het omslagpunt ligt.
- Is diesel goedkoper bij 100.000 kilometer? En bij 150.000 km? En bij 200.000?
- Wat kun je zeggen over de prijs van diesel?
- Hoe zou jij dit wiskundig opschrijven?

4 Opdracht week 6 – Visie op ICT in wiskundeonderwijs

4.1 Visie op ICT

Onderstaand betoog is overgenomen uit mijn verslag voor Internet & Wiskunde en is ook te vinden op caspar.bontenbal.nl.

Staatssecretaris Dekker van onderwijs is een nationale brainstormsessie begonnen met de hashtag #onderwijs2032. Eén van de vragen die naar boven komt is: welke plaats krijgt ICT in het onderwijs? En hoe staat het met de wiskunde-apps?

Over digitaal onderwijs in het algemeen is al veel gezegd. Het gebruik van ICT in het PO en VO neemt toe (Stichting leerplanontwikkeling (SLO), 2010). In een van mijn vorige blogs schreef ik al kort iets over onderwijs in 2025. Uit onderzoek blijkt dat veel docenten op zoek zijn naar software en materialen die ingezet kunnen worden (Zwaneveld & Rigter, 2009) (Giling & Van der Laan, 2005). In deze blog wil ik specifiek in gaan op de apps¹ in het wiskundeonderwijs op het vmbo. Daarbij stel ik mezelf drie vragen: Welke apps zijn er?, Welke apps hebben we nodig? en Wat moet er gebeuren?

4.1.1 2015

Wat is er? Zoals gezegd zijn we dit jaar op onze school begonnen met chromebooks. Sinds begin van het schooljaar ben ik op zoek naar apps die ondersteuning bieden bij de wiskundelessen. Anders dan bij talen of zaakvakken is er bij wiskunde behoefte aan specifieke apps.

Het resultaat is mager. De meeste apps voldoen inhoudelijk en didactisch niet (Stichting leerplanontwikkeling (SLO), 2010), vooral voor vmbo-ers. Voorbeelden hiervan: rekenlessen.nl en digitaalrekenboek.nl. Van de apps die wel voldoen zijn de meeste niet gebruiksvriendelijk (zoals de apps van de DWO of WikiWijs) of technisch beperkt (fflerenrekenen.nl).

Software is in, tegenstelling tot wat Drijvers zegt (Drijvers, 2011), meestal nog niet volwassen (denk aan de digitale methode van Getal&Ruimte) of juist ver over de datum (denk aan de applets van WisWeb).

Wat is wél bruikbaar? GeoGebra werkt erg prettig, al is de koppeling met Google Classroom nog niet vlekkeloos. Voor het afnemen van eenvoudige toetsen is Google Forms een goede oplossing (eventueel in combinatie met een eigen chrome-app). Leerlingen werken samen aan documenten en presentaties met Google Docs. MathPlus heeft op dit moment al wel materiaal ontwikkeld voor havo/vwo, helaas nog niet voor het vmbo. En op YouTube zijn waanzinnig veel bruikbare instructievideo's te vinden.

4.1.2 2032

De ideale leeromgeving ziet er wat mij betreft als volgt uit, daarbij geïnspireerd door anderen (Simons, 2005):

- Er is een schoolbrede, vakoverstijgende ELO (elektronische leeromgeving);
- Op deze ELO staan instructievideo's voor de leerling;
- Binnen deze ELO maakt de leerling opdrachten met behulp van diverse apps:
 - voor meetkunde een GeoGebra variant die meer geschikt is voor vmbo-ers;
 - voor algebra en analyse een app waarmee sommen stap-voor-stap uitgewerkt kunnen worden (zoiets als de software van de DWO maar dan beter);

¹ met apps bedoel ik niet alleen applets, maar alle webbased software, dus ook websites

- voor rekenen een app waarmee leerlingen leren rekenen met de basisschooldidactiek als start;
- Aanwezigheidsregistratie, huiswerk/studiewijzers en cijfers staan in Magister of SOMtoday;
- Het (samen) maken en inleveren van opdrachten en toetsen met bijvoorbeeld Google Education / Google Classroom of Edmodo;

Voorwaarden:

- ✓ Alle onderdelen zijn onderling met elkaar verbonden zodat data niet handmatig overgezet hoeft te worden;
- ✓ De ELO is up-to-date qua techniek en design, gebruiksgemak staat centraal;
- ✓ Leerlingen leren zelfstandig vanuit de ELO (de uitgevers kunnen een voorbeeld nemen aan een website als codecademy.com of robomindacademy.com);

4.1.3 2015 – 2032

Bij alle nieuwe digitale wiskunde-methodes die ik tot nog toe zie, denk ik "Het boek was beter". Wat moet er gebeuren? De sleutel tot verandering ligt bij de uitgevers.

Over de apps: De uitgevers (Noordhoff, Malmberg) moeten wakker worden. Zelfs de laatste updates van digitaal lesmateriaal zijn niet om over naar huis te schrijven. ICT in de les betekent niet automatisch dat het leerrendement hoger is (Doorman, 2013). Uitgevers roepen om het hardst hoe geweldig hun apps zijn, maar op de digitale snelweg worden ze links en rechts ingehaald door professionelere websites als Mathplus, MathUnited en Rekenblokken. Pas als de apps beter zijn en betere resultaten opleveren dan papier, potlood en geodriehoek zullen wiskundedocenten overstappen.

Wat betreft de video's: De uitgevers kunnen twee dingen doen: óf ze gaan snel aan de slag om zelf hun audiovisuele content te produceren, óf ze kopen de video's in van anderen. Een rondje op YouTube laat zien dat er iedere dag nieuwe instructievideo's worden geüpload. De heren van de YouTube-kanalen Wiskundeacademie, HMeihuizen en Jan Willem Eckhardt laten zien dat de instructievideo's volwassen zijn geworden. Het lijkt mij het beste als de uitgevers hún video's inkopen; hiermee krijgen de makers van instructievideo's op YouTube iets terug voor de moeite, daarnaast leveren de YouTube-docenten meer kwaliteit.

2032 is nog ver weg. Er moet nog veel gebeuren. Grote internetbedrijven hebben de uitdaging op zich genomen, samen met docenten door het hele land. En hoewel de digitalisering van het onderwijs nog in de kinderschoenen staat, ziet het resultaat er veelbelovend uit.

4.2 Lesvoorbereiding

Om op basis van deze visie een les te ontwikkelen is nog niet een-twee-drie gedaan. Uit mijn visie komt naar voren dat er meer nodig is dan slechts een paar losstaande apps; er is een digitaal ecosysteem nodig. Wat wiskunde betreft is de meeste complete website hiervoor Khan Academy.

Lesdoel: leerlingen kunnen vergelijkingen in de vorm van $ax + b = cx + d$ oplossen.

Randvoorwaarden:

- De leerlingen hebben beschikking over een computer
- De leerlingen hebben een account op Khan Academy
- De leerlingen zijn gekoppeld aan de docent;
- De leerlingen hebben ervaring met het gebruik van Khan Academy;
- De leerlingen hebben een hoofdtelefoon bij zich;
- De leerlingen beheersen het Engels goed genoeg om de uitleg te begrijpen.

Voorkennis:

- Leerlingen kunnen vergelijkingen oplossen met de bordjesmethode;
- Leerlingen kunnen grafieken en tabellen maken bij een formule.

Beschrijving van de lessituatie:

Een lesschema zou in deze les irrelevant zijn, iedere leerling leert op zijn eigen tempo. De docent zit zelf ook achter een pc of heeft een tablet in de hand. De docent volgt de leerlingen realtime. Als de docent signaleert dat een leerling blijft hangen bij een vraag kan de docent óf de leerling zelf verder helpen óf die leerling wordt geholpen door een andere snelle leerling.

Zoals gezegd is enige ervaring met Khan Academy een vereiste. Zelf merk ik dat het aanmaken van accounts en het wennen aan Khan Academy minimaal één les vergt.

Een alternatief voor deze les zou zijn om het eerst gedeelte analoog te doen. De instructie zou dan via het bord gedaan kunnen worden. Hetzelfde geldt voor de afsluiting van de les.

5 Opdracht week 7 – Redeneren over gegevens

Onderstaande opgave komt uit *Moderne Wiskunde*, havo/vwo, 2^e klas, deel B, hoofdstuk 12, paragraaf 12.4, onderwerp 'Kansen en Machten'.

- 24 Barbara gooit met een witte en een zwarte dobbelsteen. Om te laten zien welke worpen er allemaal mogelijk zijn, maakt ze het schema hiernaast.
- Vul het schema verder in.
 - Hoeveel verschillende worpen zijn er bij het gooien met twee dobbelstenen mogelijk?
 - Hoeveel procent is de kans dat ze dubbel 6 gooit?
 - Hoeveel procent is de kans dat ze met minstens één dobbelsteen 6 gooit?
 - Hoeveel procent is de kans dat ze helemaal geen 6 gooit?
 - Waarom kun je zo'n schema niet gebruiken bij het gooien met drie dobbelstenen?

		●	●●	●●●	●●●●	●●●●●	●●●●●●
●	...	1,2
●●	2,1
●●●
●●●●	4,5
●●●●●
●●●●●●	6,1

In eerste instantie was ik zeer positief over deze opgave. Bij nader inzien mis ik een aantal zaken. Daarbij draait het met name om het redeneren over data.

De opgave sluit aan bij de belevingswereld van mijn leerlingen. De opgave is visueel aantrekkelijk en helder. De opgave heeft een goede opbouw; de leerling begint met tellen, verderop in de opgave gaat het geleidelijk over in rekenen en beredeneren. Het voorbeeld met de dobbelstenen is bruikbaar gedurende de rest van het schooljaar, of het jaar er na.

Het eerste wat een leerling moet bedenken is dat "2,1" iets anders is dan "1,2". Wat dat betreft is het voordeel van het geleverde diagram tegelijkertijd ook het nadeel. Mooier zou het geweest zijn om de leerling zelf een diagram te laten tekenen. In de opgave mis ik verder deze vraag:

"Is de kans op een worp van 2 groter of kleiner dan de kans op een worp van 3?"

De laatste vraag, vraag 24f, is prima.

Maar..., zoals gezegd, mis ik iets. De focus ligt op rekenen terwijl dit juist een prachtige opgave om diagrammatisch redeneren te stimuleren. Daarom een aantal alternatieve aanvullende opgaven:

- Welke worp maakt de meeste kans?
- Je hebt nu een schema gemaakt met alle mogelijkheden. Maak nu een tabel met de kans op iedere worp. Dus wat is de kans op 2, op 3, 4, 5, enz.
- Maak nu de grafiek bij de tabel. Zet op de horizontale as de worp en op de verticale as de kans.
- Wat valt je op aan de grafiek?
- Tel alle kansen of percentages bij elkaar op?
- Patrick gooit een twee. Patrick zegt: de kans dat ik nu weer een twee gooi is heel erg klein. Wat vind jij?
- Een laatste moeilijke vraag: stel dat de dobbelstenen meer vlakken hadden, wat zou er dan gebeuren met de grafiek?

Terugkijkend op de opgave is de mate van abstractie laag. Met de toegevoegde opgaven hoop ik de opgave wat uitdagender en betekenisvoller gemaakt te hebben.

7 Bibliography

Doorman, M. (2013). Uit de ivoren toren: Oefenen met de computer is niet automatisch effectief. *Nieuwe Wiskrant*, 4-7.

Drijvers, P. (2011). Lesgeven met computers in de klas. *Nieuwe Wiskrant*, 26-31.

Drijvers, P. (2011). Wat bedoelen ze toch met... denkactiviteiten? *Nieuwe Wiskrant*.

Drijvers, P. (2012). Wat bedoelen ze toch met... symbol sense? *Nieuwe Wiskrant*, 39-42.

Giling, A., & Van der Laan, N. (2005). *Onderzoek naar ICT-gebruik onder docenten in het primair en voortgezet onderwijs*. Den Haag: tns-nipo.

Simons, R.-J. (2005). *Eindelijk aandacht voor de didactiek van e-learning!*

Stichting leerplanontwikkeling (SLO). (2010). *Inzet van de elektronische leeromgeving in het voortgezet onderwijs*. Enschede: Stichting leerplanontwikkeling (SLO).

Zwaneveld, B., & Rigter, H. (2009). *Over drempels naar meer ict-gebruik in het voortgezet onderwijs*. Ruud de Moor Centrum - Open Universiteit.

8 Bijlage 1

Werkblad les 20 - Waarschijnlijkheid

Namen:

1e deel: M&M's

MAAK HET ZAKJE NOG NIET OPEN!

Opdracht 1: Schat hoeveel M&M's er in het zakje zitten.

Opdracht 2: Welke kleuren komen er voor in een zakje M&M's?

Opdracht 3: Maak een schatting van het aantal M&M's per kleur. Vul de tabel in:

Kleur	Aantal
Totaal:	

MAAK NU HET ZAKJE OPEN, MAAR EET NOG NIETS OP

Opdracht 4: Tel het aantal M&M's.

Opdracht 5: Hoeveel M&M's had jij minder/meer geschat?

Opdracht 6: Sorteert de M&M's op kleur.

Opdracht 7: Tel het aantal M&M's per kleur en vul de tabel in.

Kleur	Aantal
Totaal:	

Opdracht 8: Leg m.b.v. de M&M's een staafdiagram op kleur. Neem deze netjes over op ruitjespapier.

Opdracht 9: Bereken het gemiddelde aantal M&M's per kleur.

Opdracht 10: Combineer de aantallen M&M's per kleur van alle groepjes

Opdracht 11: Is jouw zakje een goede weerspiegeling van het totaal aantal M&M's van de hele klas? Leg uit waarom wel, of waarom niet.

JE MAG NU DE M&M's OPETEN!

ze deel: Steekproeven met macaroni

Opdracht 12: Hoeveel gekleurde macaroni zitten in het zakje?

We gaan proberen een goede schatting te maken van het aantal gele macaroni's. Doe de gekleurde macaroni bij de gele macaroni en meng goed.

Opdracht 13: Neem een klein handje van de gemengde macaroni.

Aantal gekleurde macaroni:

Aantal gele macaroni:

Opdracht 14: Bereken hoeveel gele macaroni in de zak zitten, maak hierbij gebruik van het aantal gekleurde macaroni in de steekproef en het aantal gekleurde macaroni in totaal.

Doe de macaroni weer bij elkaar en meng goed.

Opdracht 15: Neem een volle hand van de gemengde macaroni.

Aantal gekleurde macaroni:

Aantal gele macaroni:

Opdracht 16: Bereken ook voor deze steekproef hoeveel gele macaroni er waarschijnlijk zijn.

Opdracht 17: Tel het aantal gele macaroni.

Aantal gele macaroni:

Opdracht 18: Welke steekproef komt het beste overeen met de werkelijkheid en probeer uit te leggen waarom?