

# Eindverslag Vakdidactiek

---



Naam: Caspar Bontenbal - 0903785  
Groep: DWIS1C  
Opleiding: LERO Wiskunde VO  
Periode: Blok 1  
Datum: 14-11-2014

## Inhoudsopgave

I.	Evaluatie.....	3
II.	Opdrachten Rekenen .....	4
A.	Opdracht 2.1 t/m 2.23 – Rekenen in het land van Okt.....	4
1.	De opdrachten .....	4
2.	Technieken.....	4
3.	Terug naar het decimale stelsel.....	4
B.	Opdracht 4.1 – Rekenen in de onderbouw.....	5
C.	Opdracht 4.4 en 4.5 – VMBO-examen .....	5
D.	Opdracht 5.1 en 5.4 – Breuken .....	6
III.	Opdrachten Meetkunde .....	8
A.	Opdracht 3.1 – De spiegel.....	8
B.	Opdracht 3.2 – Zonnestralen .....	8
C.	Opdracht 3.5 – In de trein.....	9
D.	Opdracht 3.9 – Vierkant schaduw.....	10
E.	Opdracht 3.14 – ‘Wat je ziet, wat je weet, wat je tekent’ .....	10
F.	Opdracht 4.4 – Hoeken en kijkhoeken.....	10
G.	Opdracht 7.9 – Meetkunde in Getal en Ruimte.....	10
H.	Opdracht Kubus .....	10
IV.	Opdrachten Algebra.....	11
A.	Opdracht 1.3 t/m 1.5 .....	11
1.	Opdracht 1.3 .....	11
2.	Opdracht 1.4 .....	12
3.	Opdracht 1.5 .....	12
B.	Breuken in beelden .....	12

## I. Evaluatie

Wat heb ik geleerd van de lessen vakdidactiek (rekenen, meetkunde en algebra)? Lastige vraag, ik heb veel geleerd maar dat is meestal niet direct toepasbaar in mijn lessen. In het algemeen heb ik geleerd hoe kinderen omgaan met wiskunde: wat vinden kinderen lastig, welke fouten worden er gemaakt en hoe kan ik daar als docent mee omgaan?

Het interessante aan de lessen vakdidactiek is vooral het gesprek over de praktijk van het lesgeven. De ontwikkeling van algebra in het onderwijs bijvoorbeeld: hoe ging dat vroeger en waarom doen we dat tegenwoordig anders? Daarnaast is het prettig om van gedachten te wisselen over de visie op onderwijs en didactiek.

Waarover ben ik anders gaan denken? Ik heb gemerkt dat je als docent in het VO verder gaat met de resultaten van het primair onderwijs. Heeft de leerling niet geleerd handig te rekenen, dan merk je dat direct in de resultaten bij wiskunde. Wat dat betreft ben ik iets pessimistischer geworden over de mogelijkheden die je als docent hebt. Bij sommige leerlingen is het trekken aan een dood paard.

Wat ik direct ga inzetten in de lessen:

- Bij breuken: de chocoladereepmethode;
- Bij breuken: beginnen met stambreuken;
- Bij hoeken: naar buiten met een grote geodriehoek;
- Bij rekenen: aan het begin van het jaar tafels repeteren;
- Bij alle onderdelen: veel taal gebruiken, veel connecties leggen, voorkennis omhoog halen;
- Bij meetkunde: kubus op een andere manier laten tekenen (zie opdracht);
- Bij meetkunde: veel voorwerpen meenemen en gebruiken;
- Bij rekenen met wortels: link leggen met de oppervlakte van een vierkant.

## II. Opdrachten Rekenen

### A. Opdracht 2.1 t/m 2.23 – Rekenen in het land van Okt

Het zweet staat nog op m'n voorhoofd, nooit geweten dat rekenen zo moeilijk was. Rekenen in het land van Okt, 7 kantjes volgeschreven, wat heb ik geleerd?

#### 1. De opdrachten

Opdracht 2.1 t/m 2.5 zijn eenvoudig. Zolang je onthoudt dat 10 volgt op 7 gaat het prima. Bij opdracht 2.5 is het even opletten dat je de tussen-nullen niet vergeet. Vanaf opdracht 2.6 heb ik meer denkkracht nodig. Opdracht 2.6c (0, 4, 10, 14, 20, 24, ...) laat zien dat 4 de helft is van 10, dat kan later nog van pas komen. Het maken van een getallenlijn bij opdracht 2.7 is makkelijker dan bij decimaal rekenen: ieder streepje is precies de helft van een groter interval. De overgang van 77 naar 100 voelt erg vreemd aan.

Bij opdracht 2.8b gebruik ik voor het eerst mijn vingers.  $5 + 6$  is uit mn hoofd nog lastig :-0 Tientallen optellen daarentegen blijft net zo makkelijk als het altijd al was, gewoon het getal ervoor zetten. Voor een kind moet zelfs dit vreemd zijn, waarom zou  $20 + 7$  geen 207 zijn? Opdracht 2.9f:

“ $17 + 17 = 27 + 7 = 30 + 6 = 36$ ”, optellen met 7 is dus hetzelfde als optellen met 10 (okt) minus 1.

Vanaf opdracht 2.12 blijkt het uit het hoofd kennen van de tafels essentieel om octaal te kunnen hoofdrekenen; bij opdracht 2.12 en verder heb ik veel de tafel-tabel van opdracht 2.14 nodig. De tafels in het land van Okt zitten nog niet in mn hoofd en daardoor is de rest moeilijk. Opdracht 2.20 is het lastigst, zonder de tafels kost het rekenen veel tijd. Opgave 2.21 is weer makkelijker, dezelfde techniek als bij decimaal rekenen.

#### 2. Technieken

De technieken die bij decimaal rekenen gebruikt worden, kun je ook gebruiken in het land van Okt. Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, allemaal hetzelfde met dit verschil: na 7 komt 10. Verder heb ik regelmatig gebruik gemaakt van de regel “vermenigvuldigen met 4 is hetzelfde als vermenigvuldigen met 10 en delen door 2”.

Het visuele model met de blokkendoos heb ik amper gebruikt, geen idee wat ik ermee moet. Het enige wat ik daaraan heb overgehouden is “blok is veel, bord is minder, okt is weinig”. Na veel oefenen ontdek je vanzelf een aantal trucjes.

#### 3. Terug naar het decimale stelsel

Voor basisschoolleerlingen moet het de 1e keer vreemd zijn dat na de 9 een 10 komt, na een 1-cijferig getal een 2-cijferig getal. Vermenigvuldigen in het land van Okt is doodeng zolang je de tafels niet kent, en dat zal in het decimale stelsel hetzelfde zijn. Maar hoe meer sommen ik maakte, hoe makkelijker het werd.

Rekenen is dus vooral een kwestie van oefenen, oefenen, oefenen.

## B. Opdracht 4.1 – Rekenen in de onderbouw

De vraag van deze opdracht is: hoeveel tijd besteden leerlingen aan rekenen? Bij deze opdracht heb ik gebruik gemaakt van het boek Getal & Ruimte VMBO-T/HAVO deel 1 en deel 2.

Hoofdstuk	Onderwerp	Getallen	OAVD	Handig rekenen	Cijferen	Rekenmachine	Schatten	Verhoudingen	Breuken	Procenten	Metriek stelsel
1	Ruimtefiguren	-	-	-	○	-	-	-	-	-	-
2	Getallen	●	●	●	●	-	●	●	●	-	-
3	Assenstelsels en grafieken	●	○	-	●	-	-	-	-	-	-
4	Negatieve getallen en Formules	●	●	●	●	●	●	●	-	-	-
5	Lijnen en hoeken	●	○	○	●	●	○	-	-	-	-
6	Kwadraten	●	●	○	●	●	-	-	-	-	-
7	Meten	●	●	●	●	●	●	○	-	-	●
8	Formules	○	●	○	○	●	-	○	-	-	-
9	Symmetrie	○	-	-	-	○	-	-	-	-	-
10	Procenten	●	●	●	●	●	●	●	●	●	-

Dit onderwerp is een beetje achterhaald wat mij betreft. Op veel scholen is inmiddels rekenen ingevoerd als apart vak, of in ieder geval met een plaats op het rooster. Op de school waar ik zelf werk is één van de vier wiskundelessen vervangen door een rekenles. Daarnaast wil ik dat de leerlingen zoveel mogelijk zonder rekenmachine werken, ook bij toetsen.

## C. Opdracht 4.4 en 4.5 – VMBO-examen

Voor dit onderzoekje heb ik gebruik gemaakt van een oud examen; het VMBO-BB examen uit 2007. Dit examen heb ik zelf ook gebruikt als voorbereiding voor mijn examenleerlingen van vorig jaar.

De vraag is: wat moet een leerling kunnen op het gebied van rekenen, meten en schatten om dit examen te kunnen maken?

In het pdf-bestand van het examen heb ik bij iedere opgave genoteerd welke bewerkingen nodig zijn.

Globaal blijkt het volgende:

- Opgave 1 t/m 8, over het zakgeld en over de champagneglazentoren, is vooral een lees- en rekenopgave;

- Opgave 9 t/m 12, over het kippenhok, is een echte meetkundeopgave;
- Opgave 13 t/m 16, over de hartslag, gaat over formules en grafieken;
- Opgave 17 t/m 20, over de studeerkamer, is meetkunde;
- Opgave 21 t/m 23, over de tomaten, is wat mij betreft de meest veelzijdige opgave: rekenen, omrekenen, schatten, een klein beetje meetkunde:
  - Opgave 21: terugrekenen van oppervlakte naar breedte;
  - Opgave 22: verhoudingstabel en omrekenen van oppervlakte naar een hoeveelheid water;
  - Opgave 23: berekenen van m<sup>3</sup> per week naar m<sup>3</sup> per jaar etc.

Het moeilijkste voor de leerlingen is het lezen van de opgaven, te begrijpen wat er gevraagd wordt en vervolgens de juiste berekening te vinden.

## D. Opdracht 5.1 en 5.4 – Breuken

### Opdracht 5.4

- a) *“Opvallend is dat Ahmes breuken met teller 2 niet opsplijst in de som van twee gelijke stambreuken, maar als som van verschillende stambreuken. Zo schrijft hij  $2/5$  niet als  $1/5 + 1/5$ , maar als  $1/3 + 1/15$ . En  $2/7$  als  $1/4 + 1/28$ . De papyrus Rhind bevat onder meer een tabel van dergelijke opsplitsingen voor  $2/3$  tot en met  $2/101$ .”* Bron:

[http://www.pyth.eu/pdf/artikel\\_50251\\_PYTHAGORAS\\_JG44\\_No3.pdf](http://www.pyth.eu/pdf/artikel_50251_PYTHAGORAS_JG44_No3.pdf)

Volgens [www.etymologiebank.nl](http://www.etymologiebank.nl):

*Int ghebroken sijn twee manieren van ghetalen. dair af dirste gheheten es den Teller. want hy bediet altijd tgetal van den deelen die onder hem staen. Dander heetmen den (noemer) want hi noemt altijd die deelen hoe vele [1508; Kool].*

Dus: de teller is het aantal delen, de noemer is hoe groot één deel is.

- b) Quotiënt komt vanuit het Frans of Latijn. Denk aan quotum. Het betekent letterlijk “hoe vaak?”  
 c) De Egyptenaren gebruikten symbolen voor verschillende breuken (stambreuken):



De Grieken gebruikten het accentteken om een breuk te maken:

*Diophantos gebruikte echter een systeem dat veel lijkt op onze huidige notatie waarin de teller boven de noemer wordt geschreven met een breukstreep ertussen. Hij gebruikte echter geen breukstreep en bovendien schreef hij de noemer boven de teller. In dat geval schrijf je  $2/3$  door de 3 boven de 2 te zetten.* Bron:

<http://www.math4all.nl/Wiskundegeschiedenis/Wiskundigen/Diophantos.html>

- d) “Staat tot” geeft een verhouding aan. Op een landkaart met een schaal van 1:50000 is iedere centimeter een halve kilometer.  
 e) Een decimale breuk is (1) een getal met tenminste 1 cijfer achter de komma, en (2) een niet oneindig aantal cijfers achter de komma (dus wel 0,25 maar niet 0,333333333333).

- f) Iedere betekenis van het woord “breuk” komt van het woord breken. Je komt het woord tegen bij de dokter (een breuk in uw been), op school (twee derde is een breuk) en bij de relatietherapeut (een breuk met je geliefde).

#### Opdracht 5.4

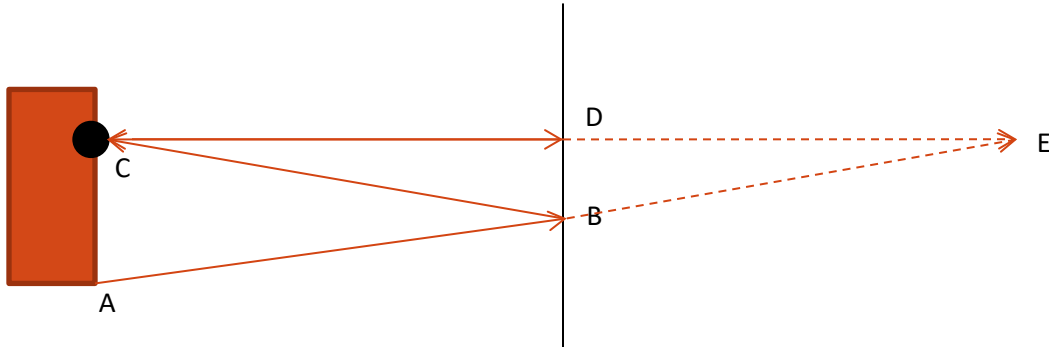
- a) De voorbeeldopgave begint eenvoudig en eindigt moeilijk. Mijn schatting is dat de score voor opgave 1, 2, 3 en 4 respectievelijk 75%, 40%, 50% en 10% zal zijn.
- b) Het percentage hangt af van hoeveel inzicht een leerling heeft in de betekenis van breuken. Veel leerlingen hebben niet het inzicht dat als  $\frac{2}{3}$  een deel is,  $\frac{3}{3}$  het totaal is.

### III. Opdrachten Meetkunde

#### A. Opdracht 3.1 - De spiegel

Voor de tekening in spiegelbeeld: zie voorpagina.

Uitwerking:



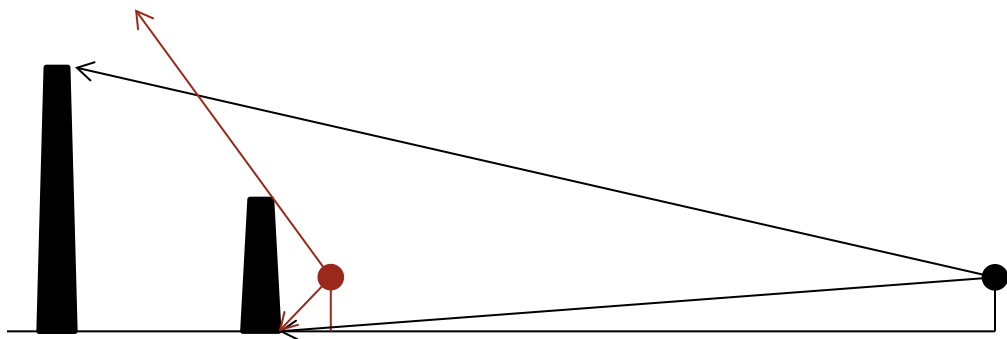
$$\triangle AEC \sim \triangle BED \sim \triangle ABC$$

Aangezien ED twee maal zo klein is als EC, is DB de helft van AC.

Leuke opdracht voor VWO-ers, op het VMBO kijken ze je glazig aan. Wat me vooral opviel was dat ik gewend ben om de situatie gelijk te schematiseren terwijl dat niet helemaal vanzelfsprekend is voor iemand die een soortgelijke opdracht voor het eerst doet.

#### B. Opdracht 3.2 - Zonnestralen

- In feite is zonlicht niet evenwijdig maar in de praktijk gedraagt het zich wel zo. Dit kun je simpel controleren door te bewegen; hoe dicht je bij de lichtbron komt hoe groter je schaduw wordt, hoe verder je er vanaf beweegt hoe kleiner de schaduw wordt. Bij de zon is dat niet zo, als ik vijf meter verder ga staan is mijn schaduw even groot.
- De hoek die de schaduw maakt vanaf de lamp wordt groter naarmate je naar de lantaarnpaal toe beweegt.
- Zie tekening:

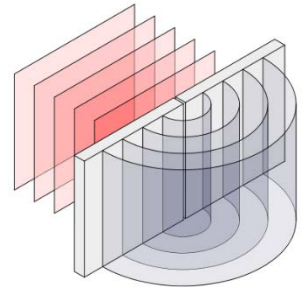




- d) Stel je zit in een trein. Kijk naar de objecten dichtbij, bijvoorbeeld de stations. Kijk nu naar objecten verder weg, bijvoorbeeld elektriciteitsmasten. Kijk als laatst naar objecten ver weg, bijvoorbeeld grote gebouwen. Je zult merken dat objecten dichtbij, zoals de stations, snel voorbij schieten, terwijl de objecten op grote afstand er veel langer over doen voordat ze uit beeld zijn. Met de zon en de maan is dat nog veel erger; doordat ze bijna oneindig ver weg staan, zullen ze nooit uit je blikveld verdwijnen.
- e) Dit heeft te maken met het Principe van Huygens-Fresnel:

*"Elk punt van een golffront is op te vatten als een nieuw storingscentrum, dat op zijn beurt lichtpulsjes uitzendt. Een nieuw golffront vindt men door de omhullende van deze elementaire golffronten te nemen".*

Zonlicht komt aan en wordt geblokkeerd door het bladerdak. Op één punt echter is er een gat waar de zon door heen kan schijnen. Het parallel licht wordt divergent zodra het een smalle spleet passeert, zie onderstaande afbeelding. De nevel maakt dit effect zichtbaar.

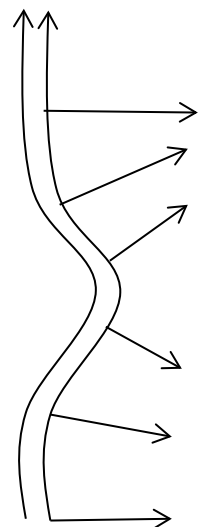
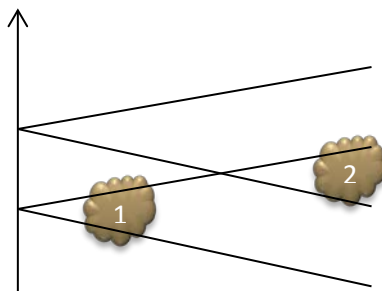


- f) Dat hangt af van de positie tot het raam. Als je op 384000 km van het raam zou staan, past de maan niet binnen de kaders van het raam.
- g) Het zonlicht schijnt van links op de bolvormige maan. De sikkel heeft in werkelijkheid de vorm van een halve bol, net zoals dat bij de aarde ook het geval is.

Conclusie: In sommige gevallen, zoals bij opdracht 3.2c is het effectiever om een tekening te maken dan om de uitleg in woorden uit te drukken.

### C. Opdracht 3.5 - In de trein

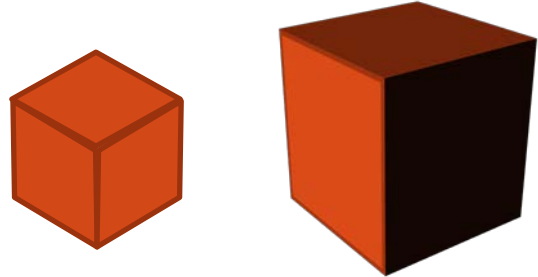
- a) Als een object op grote afstand staat (zoals de maan) en je het object ziet verschuiven, dan weet je dat het niet de maan is die verschuift maar dat je zelf draait.
- b) Zie tekening hiernaast.
- c) Zie tekening hieronder. De driehoeken zijn de kijklijnen. Boom 1 zal alleen zichtbaar zijn vanuit het onderste gezichtspunt. Boom 2 zal op beide gezichtspunten zichtbaar zijn.



- d) Dat de zon stil staat is goed te verklaren met de tekening van de bomen: hoe verder weg een object staat hoe kleiner de verandering van hoek is; aangezien de zon heel ver weg staat, is de verandering van hoek niet waarneembaar.

#### **D. Opdracht 3.9 – Vierkant schaduw**

- a) Nee, zie hiernaast.  
b) Nee, zie hiernaast.



#### **E. Opdracht 3.14 – ‘Wat je ziet, wat je weet, wat je tekent’**

Vraag 1: Hoe wordt ruimtelijk inzicht gevormd bij kinderen/baby's? Ben je op het voortgezet onderwijs niet allang te laat met dit soort wiskundige vragen? Goed voorbeeld voor mijn wiskundelessen: het tekenen van een kubus. Gebruik hiervoor een houten kubus en een doorzichtig overheadvel.

#### **F. Opdracht 4.4 – Hoeken en kijkhoeken**

In Getal&Ruimte 1 vmbo-T/havo deel 1, paragraaf 5.2 wordt er eerst iets uitgelegd over kijkhoeken (over een schip in een sluis). Direct daarna, in dezelfde paragraaf, gaat het boek verder met hoeken.

In veel opdrachten begint meetkunde vanuit de kijkmeetkunde. Is het niet mogelijk om het onderwerp hoeken vanuit een andere invalshoek te introduceren? Of is eigenlijk niet iedere vorm van meetkunde kijkmeetkunde?

#### **G. Opdracht 7.9 – Meetkunde in Getal en Ruimte**

Boeiende opdracht. Vorig jaar is dit onderwerp tijdens het wiskundesectieoverleg ingebracht. Madeleine Vliegthart van APS heeft dit onderwerp met ons besproken? Hieruit kwam vooral naar voren hoe belangrijk het is om concrete materialen te gebruiken. Voorbeelden:

- een bouwafvalzak bij het bespreken van inhoud;
- de tangram als introductie bij hoeken;
- een diagonaal touw in het lokaal bij het bespreken van Pythagoras;
- algemene basisvoorwerpen zoals kubussen, cilinders etc.;

#### **H. Opdracht Kubus**

In de meetkundeles van 8 oktober kwamen drie manieren om een kubus te tekenen aan bod:

1. De Ingenieursprojectie, hierbij is het grondvlak reëel (handig voor architecten);
2. De parallelprojectie zoals die in de wiskundeboeken te vinden is;
3. Natuurlijk perspectief.

Iedere methode heeft voor- en nadelen. De tip die ik meegenomen heb uit deze les: laat de leerlingen een foto maken van een kubus en laat ze de foto natekenen.

## IV. Opdrachten Algebra

### A. Opdracht 1.3 t/m 1.5

#### 1. Opdracht 1.3

- a) "Wat bedoel je?"
- b) Stel de vraag vanuit een vierkant met oppervlakte 7. De definitie van de wortel voldoet niet helemaal. Het positieve deel wordt gebruikt. Je kunt het negatieve deel wel hebben als deel van de oplossing van een vergelijking.
- c) Zie b. Lijkt op wortel 4 en wortel 9. Of iets doen met een zijde van een rechthoekige driehoek van 3, 4 en wortel 7.
- d) Laat ze eerst schatten. Teken taarten en/of pizza's. Laatste stap is gelijknamig maken.
- e) Veel leerlingen hebben geen idee waarom ze breuken zouden gebruiken. Daarnaast heb je in de praktijk weinig aan breuken.
- f) Wat ik me voor stel bij  $3/8^e$ ? Dan denk ik gelijk aan een pizza die in achtsten is gesneden, daar drie delen van.
- g) Het verschil tussen  $1/3^e$  en  $0,33333\dots$
- h) Waarom is wortel 5 irrationaal? Dit hebben we helemaal in de les behandeld (onderstaand van Wikipedia):
  - De verhouding van de hypotenusa met een been van een gelijkbenige rechthoekige driehoek is a:b;
  - Door de stelling van Pythagoras geldt:  $a^2 = 2b^2$ .
  - Aangezien  $a^2$  even is, moet a even zijn, aangezien het kwadraat van een oneven getal ook een oneven getal is.
  - Aangezien  $a':b$  in zijn kleinste termen is uitgedrukt, moet b oneven zijn.
  - Aangezien a even is, laat  $a = 2y$  zijn.
  - Dan geldt  $a^2 = 4y^2 = 2b^2$
  - $b^2 = 2y^2$ , zodat  $b^2$  even moet zijn, daarom is b even.
  - Wij begonnen echter met de aanname dat b oneven moest zijn. Hier is sprake van een contradictie.

*"Hippasus werd niet geprezen voor zijn bewijs: volgens een legende deed hij zijn ontdekking, terwijl hij op zee was; zijn collega Pythagoreërs zouden hem vervolgens prompt overboord hebben gegooid "(terecht wat mij betreft, ik hou niet van deze manier van problemen oplossen ☺)... dit voor het feit dat hij een element in het universum had gevonden dat de leer ... ontkende dat alle fenomenen in het heelal kunnen worden teruggebracht tot gehele getallen en hun verhoudingen." Bron: Wikipedia.*
- i) Breuken en getallen worden vooral gebruikt in de technische en medische beroepen. Bij een apothekersassistente bijvoorbeeld zijn breuken en verhoudingen essentieel om geen fouten te maken bij bereidingen.

## 2. Opdracht 1.4

Afgelopen jaar was het eerste jaar als docent wiskunde. Daarbij zag ik bij het nakijken van repetities vaak dezelfde soort fouten. In willekeurige volgorde zijn dat de volgende rekenproblemen:

- De tafels niet kennen;
- Getallen niet goed op de getallenlijn kunnen plaatsen;
- Fouten bij rekenen met grote getallen;
- Omrekenen van eenheden;
- Niet snel of handig kunnen rekenen;
- Delen gaat verkeerd;

## 3. Opdracht 1.5

Bij categorie A: de letter is een variabele;

Bij categorie B: dit zijn vergelijkingen;

Bij categorie C: dit gaat om functies

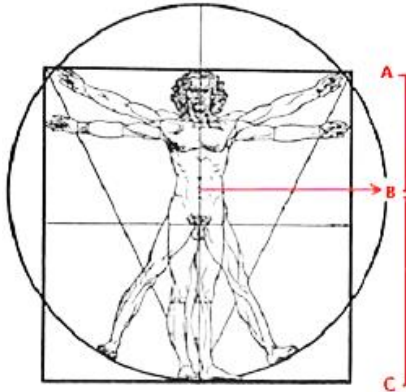
## B. Breuken in beelden

Moelijkste om een voorstelling van te maken: de breuk als rationaal getal en als deling.

 <p>Rationaal getal</p>	 <p>Verhouding Wordt al in de meeste boeken gebruikt.</p>	 <p>Operator De koppeling tussen breuken en procenten kan goed via de uitverkoop.</p>
--	--	---



**Deel-geheel**  
*Standaardvoorbeeld, pizza's of taarten tekenen als deel van het geheel.*



**Maat**  
*Maten, verhoudingen. Wat is de verhouding tussen de kaart en de werkelijkheid.*



**Deling**  
*De conversie van berekening*  
 $500 : 2$  naar  $\frac{500}{2}$