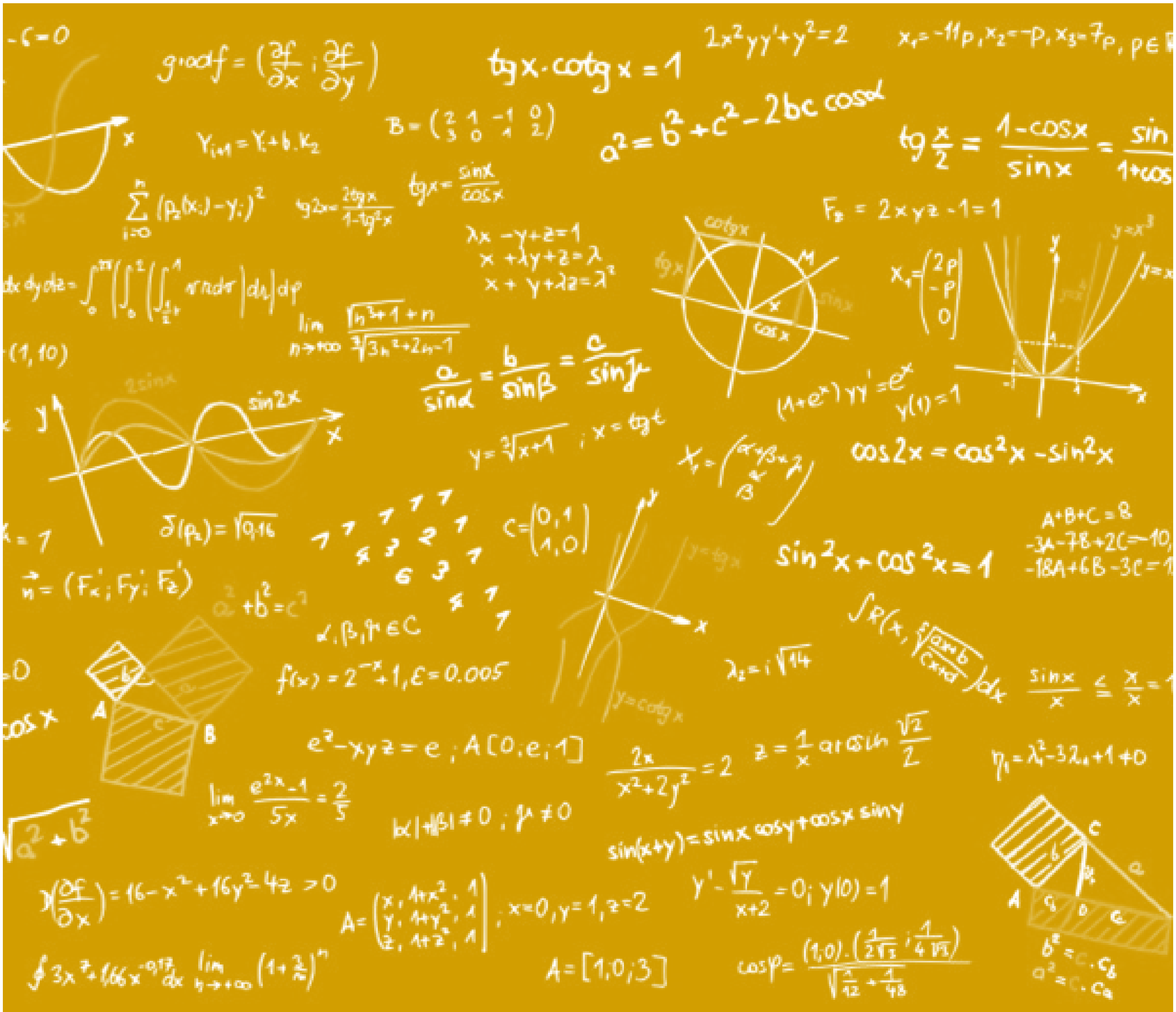


Eindverslag Vakdidactiek

Grafieken, Tabellen, Formules

Caspar Bontenbal 15 mei 2015 WISH2C01X

Inhoudsopgave

I. Evaluatie

Wanneer ik mijzelf naast de leerstijlen van Kolb leg, dan ben ik vooral een denker. Dat heeft ook zijn weerslag in de effectiviteit van deze cursus. In dit blok zijn we vooral veel bezig geweest met het maken van opdrachten. Het boek is erg goed, de opdrachten die erbij gegeven worden zijn op zich ook goed, maar ik mis het samenhangende verhaal in de lessen.

Tips voor het volgende blok:

- Graag een tentamen bij dit vak en een vermindering van het aantal opgaven;
- Graag veel meer achtergrondinformatie en theorie in plaats van presentaties en het maken van opdrachten;
- Ik ben erg benieuwd naar een overzicht van de doorlopende leerlijnen (ook vanuit basisschool);
- Graag zou ik zelf methodeopgaven maken en bespreken.

Wat ik geleerd heb in dit blok:

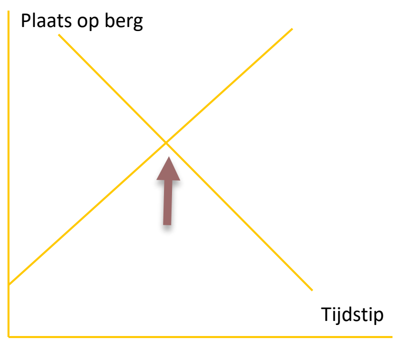
- Het is prettig om een didactisch probleem met de groep te kunnen bespreken.
- Ik ben steeds kritischer gaan kijken naar de methode. Vooral Getal & Ruimte laat didactisch gezien soms te wensen over. Getal & Ruimte heeft veel oefenopgaven maar die opgaven zijn veel hetzelfde. Daardoor worden leerlingen weinig geconfronteerd met nieuwe situaties.
- Ik voel me steeds vrijer om af te wijken van het boek en zelf opgaven te bedenken waarin ook geleerd in plaats van alleen maar geoefend wordt.

Algebra

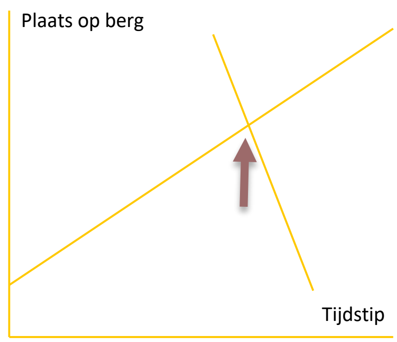
A. Grafieken

1. Opdracht 3.6

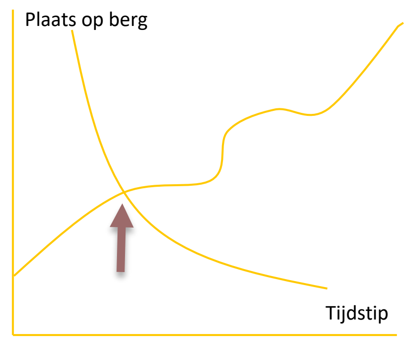
Zodra je bij deze opgave een grafiek tekent, van welke vorm ook, zie je dat er altijd een moment is waarop de bergwandelaar op dezelfde plaats was als gisteren om dezelfde tijd. Daarbij doet het er niet toe of de wandelaar snel of langzaam loopt.



Even snel omhoog als naar beneden



Langzaam omhoog, snel naar beneden



Verschillende snelheden

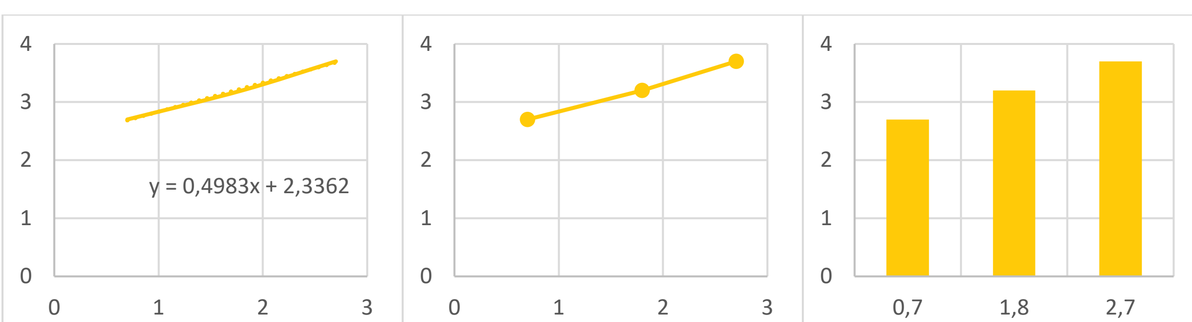
Intuïtief zou ik zeggen dat er niet automatisch een moment is waarop de bergwandelaar op dezelfde plaats was als gisteren om dezelfde tijd. Waarom lukt het niet om deze vraag in één keer goed te beantwoorden? Ik denk dat dat komt doordat je moet bedenken dat het moment afhankelijk is van de snelheid van de wandelaar, maar dat dat moment er sowieso is.

2. Opdracht 3.8

De leerling kijkt snel naar het plaatje en denkt “o, auto’s, dus een racewedstrijd”. Als de leerling beter had gekeken had hij gezien dat het gaat om kosten en niet om snelheid. Leerlingen zijn misschien teveel gewend geraakt aan afstand/tijd-grafieken. Het kan helpen om de grafiek in te leiden met een verhaal.

3. Opdracht 3.9

Het verschil tussen een grafiek, een lijndiagram en een staafdiagram: een grafiek komt voort uit een formule, diagrammen zijn resultaten van een meting. Bij een lijndiagram mag je ook tussen de meetpunten aflezen, bij een staafdiagram mag dat niet. Een staafdiagram is vaak een meting aan het eind van een periode of een sommatie van meerdere metingen.



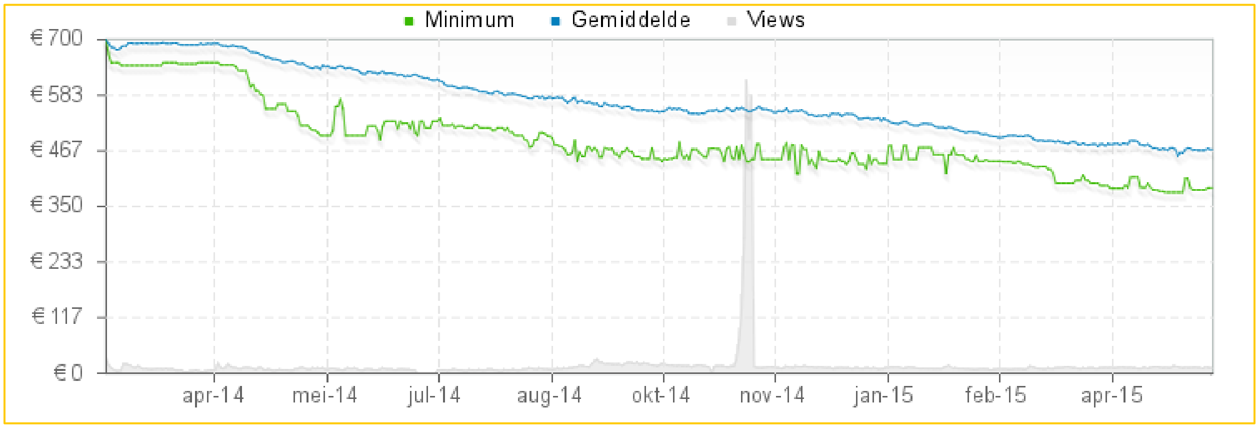
4. Opdracht 3.11

Extra opgaven om de hele leerstof in de vragen te verwerken:

- Bij vraag G-2
  - Stel: de twee lijnen hebben geen snijpunt. Wat betekent dat?
  - Je ziet dat de grafiek soms snel, soms langzaam stijgt. Hoe komt dat?
  - Maak een tabel bij de grafiek.
- Bij vraag G-4:
  - Welke stapgrootte neem jij in de grafiek?
  - Wat denk je: wordt de grafiek een rechte lijn of niet?
  - Hoe lang denk je dat Arjan is als hij 22 is? En als hij 40 is?

5. Opdracht 3.16

a. Grafiek + verhaaltje van internet:



b. Bovenstaande grafiek heb ik van Tweakers.net, een website waar je de prijzen van elektronica kunt vergelijken. Het verhaal wat hier bij hoort is dat een Samsung Galaxy S5 snel in prijs daalt, van 700€ in maart 2014, naar 400€ in mei 2015. Het mooie aan deze grafiek is dat de grafiek snel duidelijk is en dat er daarnaast interessante informatie extra is over het aantal views.

c. Bij deze opdracht gaat het juist om het bespreken van de grafieken. De vraag is: welke grafiek hoort bij welk verhaal, en waarom? In plaats van plenair bespreken zou het ook goed kunnen zijn om deze opdracht eerst in groepjes te bespreken en de leerlingen te laten kijken naar elkaars grafieken en verhalen.

B. Tabellen

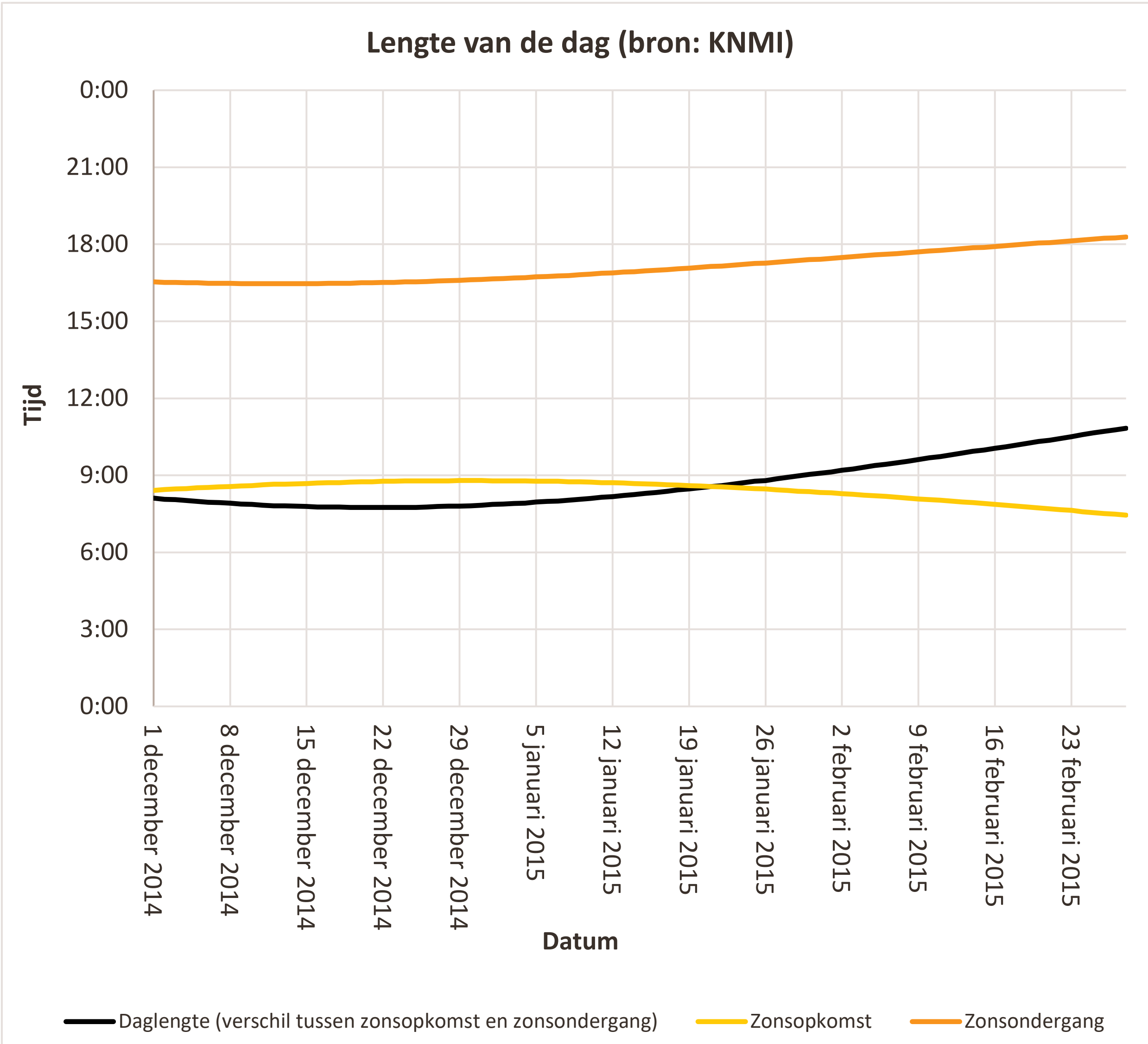
1. Opdracht 4.1

Het is bij deze opdracht verleidelijk om onmiddellijk op zoek te gaan naar de bijbehorende formule. Dat is ook de bedoeling, maar dan via tussenstappen.

speeltijd in minuten	tellerstand
0,0	26
2,5	66
5,0	104
7,5	142
10,0	178
12,5	214
15,0	248
17,5	282
20,0	314
22,5	346
25,0	376
27,5	406
30,0	434
32,5	462
35,0	488
37,5	514
40,0	538
42,5	562
45,0	584
47,5	606
50,0	626
52,5	646
55,0	664
57,5	682
60,0	698
62,5	714
65,0	728
67,5	742
70,0	754
72,5	766
75,0	776
77,5	786
80,0	794
82,5	802
85,0	808
87,5	814
90,0	818

a. Het verschil van tellerstanden is: -78, -74, -70, -66, -62, enz. Het verschil neemt dus af met 4. Hiermee kom je uit op de tabel hiernaast.
b. Ja, zie de tabel hiernaast.
c. Nee, een speeltijd van 0 minuten correspondeert met een tellerstand van 26.
d. Ja, je komt dan uit op de volgende formule:
   *tellerstand = -0,08*speeltijd*^{2} *+ 16*speeltijd + 26*
e. Lastig. De snelheid van de band wordt bepaald door de straal van het deel van de band dat nog over is. De snelheid zou dus steeds lager moeten worden, dus de tellerstandtoename steeds kleiner. Tot aan de 100 klopt dat ook wel.

2. Opdracht 4.6

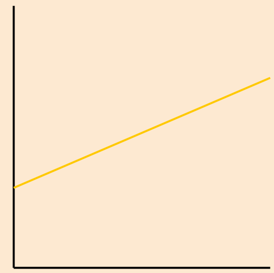
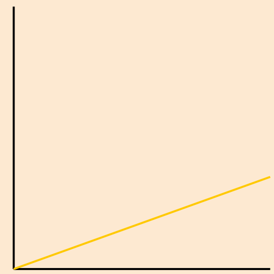
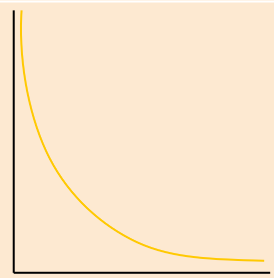
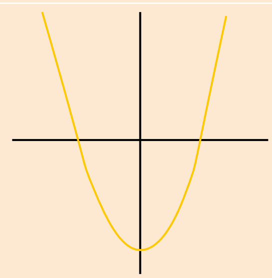
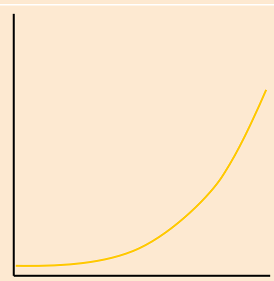


Uit de grafiek kun je de volgende conclusies trekken:

- Een dag duurt het kortst op 21 december;
- Vanaf 21 december komt de zon eerder op;
- Vanaf 21 december gaat de zon later onder;
- Vanaf 21 december worden de dagen langer;

3. Opdracht 4.8

Zie onderstaande tabel.

Naam	Voorbeeldformule	Algemene formule	Grafiek
Lineair	$y = -\mathbf{\frac{3}{5}}x + 10$	$y = \boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}$	
Recht evenredig	$y = \mathbf{3}x$	$y = \boldsymbol{a}x$ of $\frac{y}{x} = \boldsymbol{a}$	
Omgekeerd evenredig	$y = \frac{\mathbf{10}}{x}$	$y = \frac{\boldsymbol{c}}{x}$ of $x \cdot y = \boldsymbol{c}$	
Kwadratisch	$y = \mathbf{3}x^2 + \mathbf{2}x + \mathbf{1}$	$y = \boldsymbol{a}x^2 + \boldsymbol{b}x + \boldsymbol{c}$	
Exponentieel	$H = \mathbf{45} \cdot \mathbf{1{,}08}^t$	$H = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{g}^t$	

4. Opdracht 4.11

Een inleiding op het onderwerp inklemmen (als aandachtstrekker zou een filmpje over gokken of casino's gepresenteerd kunnen worden):

1. De leerlingen beginnen met het maken van een mindmap over het onderwerp 'inklemmen';
2. De leerlingen maken groepjes en doen het raadspelletje zoals in het boek beschreven;
3. Hierna gaan de leerlingen verder in groepjes en maken het raadspelletje moeilijker door een eenvoudige formule te gebruiken, bijvoorbeeld: $y = x^2 + 1$. Raad het getal als de uitkomst 65 is.
4. Na 5 minuten krijgen de leerlingen een korte uitleg hoe je het snelst kunt inklemmen, hiervoor leren ze de vier stappen die in het boek genoemd worden:
    a. Teken de grafiek en het bijbehorende coördinaat;
    b. Kijk op de horizontale as waar het coördinaat ongeveer ligt;
    c. Schat de waarde van dit coördinaat en kies getallen net onder en boven je schatting;
    d. Vul de tabel in en zoek de bijbehorende waarde van het coördinaat.
5. De leerlingen zien hoe de docent twee opgaven demonstreert, hierbij gebruikt de docent de methodiek van punt 4.

Na deze inleiding kunnen de leerlingen zelf aan de slag met de opgave.

5. Opdracht 4.12

a. Zowel bij breuken als bij een verhoudingstabel geldt dat je de boven- en onderkant met hetzelfde getal mag vermenigvuldigen of delen. Kruislings vermenigvuldigen kan dus ook gebruikt worden. In het algemeen kun je zeggen dat het twee getallen zijn die in verhouding tot elkaar staan.
b. Alleen bij evenredige formules zijn de getallen in de verhoudingstabel evenredig. Je kunt dus hetzelfde doen als bij breuken zoals bij (a) beschreven.

   Het gevaar bij verhoudingsformules en tabellen is dat leerlingen gaan denken dat iedere tabel een verhoudingstabel is. Ze denken dat bijvoorbeeld kruislings vermenigvuldigen altijd is toegestaan.

6. Opdracht 4.13

a. Manier 1: bereken de vermenigvuldigingsfactor bij de eerste kolom en ga er van uit het een evenredig verband betreft;
   Manier 2: kruislings vermenigvuldigen
b. Nee, niet nodig. We weten dat het een evenredig verband is, dus dat de verhouding tussen N en Z gelijk is aan 2:3.
c. Ja, met kruislings vermenigvuldigen: $2 \cdot 3 = 32 \cdot x$, dus: $x = \frac{3 \cdot 32}{2} = 48$.
d. Ja, prima. Alle getallen staan in verhouding tot elkaar, dus in feite tel je breuken bij elkaar op.
e. Voorbeeld: 32 = 48 – 8 – 8, dus: 72 – 12 – 12 = 48. Klopt!
f. Ja, a is constant. We weten namelijk dat het een verhoudingstabel is. $Z = \frac{3}{2}N$.

C. Formules

1. Opdracht 5.1

a) x +4y = 11 en 3x + 2 = 7; dus 3x + 2y = 7 ➔ 6x + 4y = 14; van elkaar aftrekken geeft 5x = 3; dus x = 3/5; twee vergelijkingen met 2 onbekenden kun je oplossen;

b) De eerste is waar, de tweede onwaar. Dit zie je het snelst door de a, b en c vervangen door concrete getallen, bijvoorbeeld a = 2, b = 3 en c = 5;

c) Bij deze opdracht eerst de grafiek tekenen, daarna de 4/10 omwerken en daarna de +10; je krijgt dus: $f(x) = \frac{10}{4}x - 25$

d) Gebruik een getallenvoorbeeld: $\sqrt{25} \cdot \sqrt{100} = 5 \cdot 10 = 50$ en $\sqrt{25 \cdot 100} = \sqrt{2500} = 50$. Beide berekeningen geven dezelfde uitkomst, dus zal de berekening ook hetzelfde zijn.

e) $(g^p)^g = g^{pg}$; neem een voorbeeld: $(g^2)^3 = (g^2) \cdot (g^2) \cdot (g^2) = g^6$

f) $2x^2 - 3x - 3 = 18$ dus $2x^2 - 3x - 21 = 0$. Deze vergelijking zou ik oplossen met de abc-formule (a = 2, b = -3, c = -21):

$x = \frac{-\sqrt{177}+3}{4}$ of $x = \frac{\sqrt{177}+3}{4}$.

g) Snavelbek zou kunnen, maar de vraag is waar je naar toe wil werken; ik neem aan dat bedoeld wordt: werk de haakjes uit. Je krijgt dan:

$$(x+y)(x-y) =$$
$$x^2 - xy + xy - y^2 =$$
$$x^2 - y^2$$

h) Ontbinden geeft: $(x-3)(x+2) = 0$, dus $x = 3 \vee x = -2$. Deze vergelijking kan ook opgelost worden met de abc-formule. Het is goed om leerlingen de snelste manier te herkennen.

i) De asymptoot van $\frac{1}{x}$ gaat naar oneindig, dit kun je het beste met een paar breuken en een grafiekje laten zien.

j) Met wetenschappelijke notatie: 10^3=1000, 10^2=100, 10^1=10, 10^0=1, 10^{-1}=0,1.

k) Deze opdracht zou ik oplossen met een combinatie van ontbinden in factoren en een grafiek. Ik zou beginnen met de grafiek en de leerlingen een aantal voorbeelden van uitkomsten geven. De leerlingen zien dan dat de eerste grafiek onder de tweede komt te liggen voorbij $\frac{16}{3}$.

Voor mijzelf is het zien van grafieken belangrijk. Daarnaast helpen simpele getallenvoorbeelden zoals bij vraag d mij enorm.

2. Opdracht 5.5

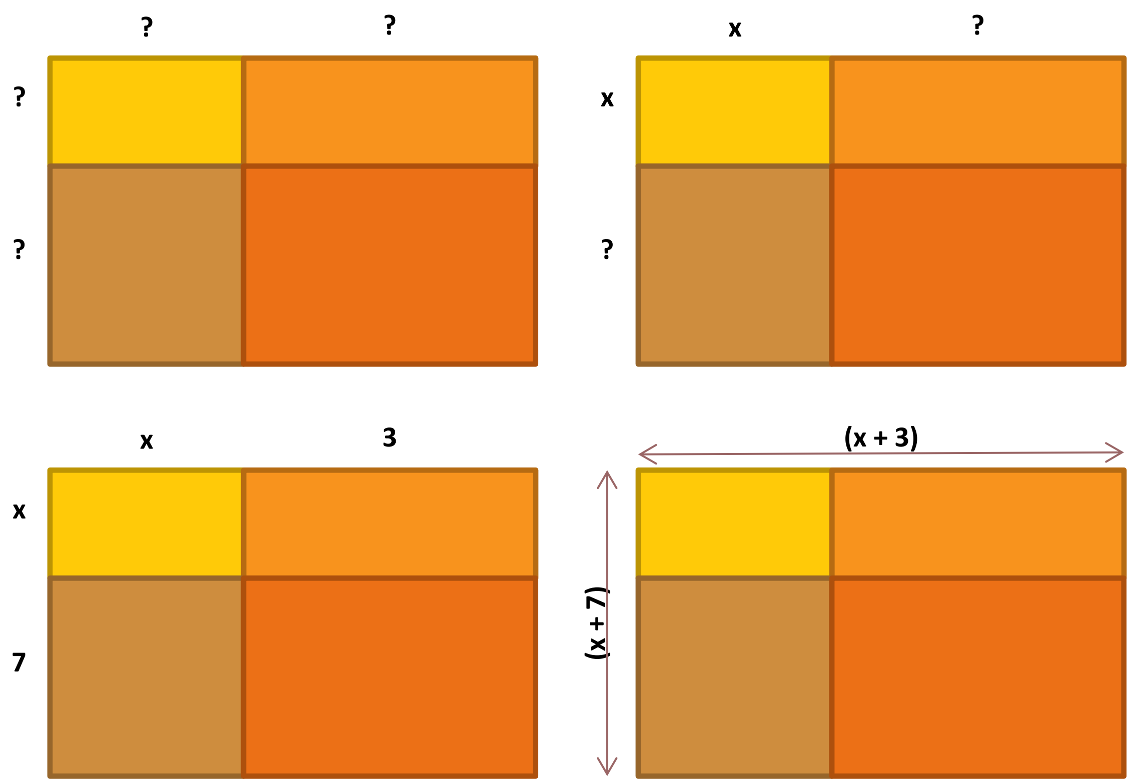
Hoe het rechthoeksmodel ondersteunend kan zijn bij het ontbinden in factoren:

Bij het rechthoeksmodel wordt er van uit gegaan dat de leerling weet hoe de oppervlakte van een rechthoek berekend moet worden, zowel als het gaat om een rechthoek van 4 x 6 meter als bij een rechthoek van 4 x a meter.

Wat kan de leerling doen als de gevraagd wordt de volgende vergelijking op te lossen?

$$x^2 + 10x - 21 = 0$$

De leerling ziet nu dat er twee getallen en twee variabelen gevraagd worden die bij onderstaand figuur gezet kunnen worden.



Er moet ergens x^2 uit komen, dus wordt er bij de rechthoek linksboven tweemaal een x gezet. De rechthoek rechtsonder is eenvoudig, dat kan alleen 3×7 zijn. Nu zijn alle vraagtekens vervangen. Controle: is de vergelijking compleet? Ja, $3x + 7x = 10x$.

De vergelijking ziet er dan als volgt uit:

$$(x + 7)(x + 3) = 0$$

En deze vergelijking kan de leerling oplossen: $x = -7 \vee x = -3$

Opmerking: ik kan me niet herinneren dit model ooit op de middelbare school gezien te hebben terwijl ontbinden in factoren me goed af gaat. Maar ik kan me voorstellen dat dit model vooral bij moeilijkere vergelijkingen goed werkt. Het is wel belangrijk dat de leerling niet blijft hangen bij dit model.

3. Opdracht 5.6

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$(x + d)(x + e) = 0$$

Dan geldt: $x = -d \vee x = -e$

$$x^2 + bx + c = (x + d)(x + e)$$

$$x^2 + bx + c = x^2 + dx + ex + de$$

Dus: $b = d + e$ en $c = d \cdot e$.

In feite is de vraag: hoe zorg je er als docent voor dat leerlingen meer ‘gevoel’ bij de abc-formule krijgen. Het belangrijkste daarbij lijkt me dat leerlingen veel verschillende vormen kwadratische vergelijkingen en de bijbehorende grafieken te zien krijgen en de oplossing daarvan zien. Wat mij betreft wordt de abc-formule pas behandeld als alle andere manieren van vergelijking oplossen gepasseerd zijn.

4. Opdracht 5.7

a. De student heeft ooit een keer gehoord “aan beide kanten hetzelfde doen”, en denk nu “onder en boven hetzelfde doen”. “Aan beide kanten hetzelfde doen” geldt echter alleen bij het oplossen van vergelijkingen.

b. De student ziet niet dat $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$. Verder beseft de student niet dat “delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde”. Vervolgens gaat de student alles uitwerken. De juiste uitwerking:

$$\frac{x + y}{x^2 y} : \frac{x^2 - y^2}{(xy)^2}$$
$$\frac{x + y}{x^2 y} : \frac{(x + y)(x - y)}{(xy)^2}$$

$$\frac{x + y}{x^2 y} : \frac{(x + y)(x - y)}{(xy)^2}$$

$$\frac{x + y}{x^2 y} \cdot \frac{(xy)^2}{(x + y)(x - y)}$$

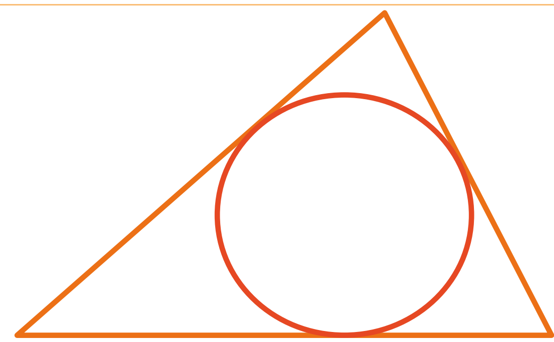
$$\frac{(x + y) \cdot (xy)^2}{x^2 y \cdot (x + y)(x - y)}$$

$$\frac{(xy)^2}{x^2y \cdot (x-y)}$$

$$\frac{x^2y^2}{x^2y \cdot (x-y)}$$

$$\frac{y}{(x-y)}$$

5. Opdracht 5.9

Formule	Verband
• 'hoe ouder je wordt, hoe kaler'	Er is een achterliggende biologische verklaring maar die hoeft niet bekend te zijn. Leerlingen vinden dit logisch.
• over druk, volume, temperatuur	Er zijn drie varianten (en combinaties daarvan): • Als de temperatuur stijgt, dan stijgt de druk; • Als de temperatuur stijgt, dan neemt het volume toe; • Als de druk of het volume toeneemt, dan stijgt de temperatuur.
• over vallen	Je valt steeds sneller dus: de afstand die je aflegt per tijdseenheid bij een valbeweging, neemt kwadratisch toe.
• oppervlakte van een driehoek	Afgeleid van een rechthoek, daar de helft van.
• de straal van de ingeschreven cirkel van een driehoek	 Het is voor leerlingen logisch dat naarmate een driehoek groter wordt de ingeschreven cirkel en dus de straal ook groter worden.
• tarieven	Hoe meer je reist, hoe meer afstand je aflegt, hoe meer de trein moet rijden, hoe meer energie de NS kwijt is, dus hogere kosten.
• de wet van Ohm	Dit is meer een natuurwet dan iets wat leerlingen intuïtief begrijpen. Hoe meer weerstand, hoe meer spanning.
• bevolking na T jaar, beginaantal N, groeifactor 1,2	Mensen planten zich voort. Hoe meer kinderen mensen krijgen, hoe meer mensen weer in staat zijn zich voort te planten. Geld werkt goed om leerlingen iets uit te leggen. Laat de leerlingen een euro inleveren en zeg dat ze volgende

	week 1,2 keer zo veel terugkrijgen. Hoe langer ze wachten, hoe meer ze krijgen.
• de remweg is het kwadraat van je snelheid gedeeld door 10	Hierbij kun je als docent het beste een paar getallenvoorbeelden en een tekening gebruiken.
• verband tussen Fahrenheit en Celsius	Voor beiden geldt: hoe warmer, hoe hoger het aantal graden. Het is niet zo dat 1 graad Fahrenheit gelijk is aan 1 graad Celsius. En 0 graden Fahrenheit is niet gelijk aan 0 graden Celsius. Er is dus een (lineaire) formule nodig voor het omrekenen ervan nodig.
• taxikosten zijn vastrecht plus een bedrag per kilometer	Dit is niet direct heel erg logisch en tegenwoordig ook achterhaald. Er zijn verschillende soorten taxameters en verschillende tariefberekeningen. Sommige taxi's rekenen met vastrecht, anderen weer met een dubbeltariefmeter, etc. Net zoals bij de trein betaal je uiteraard per kilometer, en daarnaast heeft de taxichauffeur vaste kosten zoals de afschrijving van zijn auto.
• oppervlakte is lengte maal breedte	Bij vragen over oppervlakte werk het goed om de leerling een figuur op te delen in vierkanten/ruitjes en het aantal ruitjes te laten tellen. Bij grote oppervlaktes zal de leerling in zien dat het sneller is om het aantal ruitjes te berekenen met lengte x breedte.

Qua opmaak zitten er bij deze opdracht een paar foutjes in het boek.

6. Opdracht 5.13

Over appels en peren:

Het is de bedoeling bij het gebruik van variabelen dat de leerling abstract leert denken, dat de leerling begrijpt dat een variabele een abstract concept is waarmee gerekend kan worden.

De eerste opgave, opgave 5, is te concreet gemaakt waardoor de leerling niet meer de ruimte heeft om het concept 'variabele' uit te breiden. De voorgestelde oplossing met appels werkt alleen bij deze opgave.

De tweede opgave, opgave 6, heeft hetzelfde probleem, waarbij overigens het plaatje nog extra verwarrend werkt. De variabelen worden in feite betekenisloos gemaakt in plaats van betekenisvol. De variabelen worden gereduceerd tot lege begrippen.

7. Opdracht 5.17

De fobot: Bij deze notatiewijze wordt de nadruk gelegd op de operator. De variabele is het lijdend voorwerp en ondergaat een aantal bewerkingen voordat het eindresultaat bereikt is. Bij het maken van tabellen is deze manier handig: voor ieder getal wat je in de fobot stopt, komt er een bijbehorend getal uit. Hiermee krijg je de getallenparen die je in de tabel kunt zetten.

In/Uit: Hier ligt de nadruk op de rekenvolgorde in formules. De leerling leert dat formules in stapjes uitgerekend kunnen worden.

Formule: In dit hoofdstuk van Getal & Ruimte wordt direct met (woord)formules gewerkt zonder ondersteunende notatiewijze. Logisch, want het gaat hier om hoofdstuk 6, de leerlingen hebben al kennis gemaakt met formules en variabelen in een van de eerdere hoofdstukken.

8. Opdracht 5.18

Manier 1:

Manier 2:

$aantal\ kilometers = aantal\ seconden: 3$

Manier 3:

$afstand = tijd: 3$

Manier 4:

$t = 3a$

Manier 5:

$$afstand\ (km) = \frac{tijd\ (s)}{3}$$

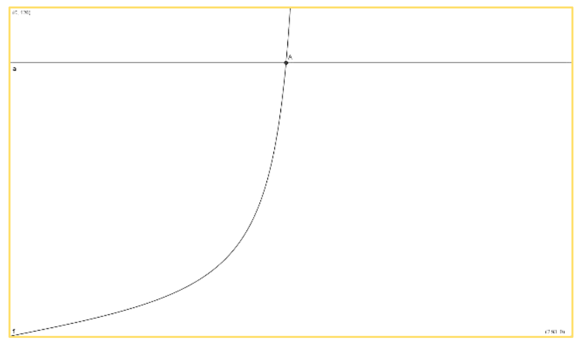
9. Opdracht 5.22

1. Bereken de prijs als $0.75prijs - 2 = 0.35prijs + 1.5$.

   Manier 4, balansmethode:
   $0.75prijs - 2 = 0.35prijs + 1.5$ →
   $0.40prijs = 3.5$ →
   $prijs = \frac{3.5}{0.40} = 8.75$

Manier 2, proberen:
$0.75 \cdot \mathbf{10} - 2 = 0.35 \cdot \mathbf{10} + 1.5 \rightarrow$
$0.75 \cdot \mathbf{8} - 2 = 0.35 \cdot \mathbf{8} + 1.5 \rightarrow$
$0.75 \cdot \mathbf{8.5} - 2 = 0.35 \cdot \mathbf{8.5} + 1.5 \rightarrow$
$0.75 \cdot \mathbf{8.75} - 2 = 0.35 \cdot \mathbf{8.75} + 1.5$

2. Zoek een getal x zo dat $x + 13\tan(x) = 100$
Ik mis manier 7, met de Grafische Rekenmachine!
Laat de leerling twee lijnen plotten:
Y1=X+13tan(X)
Y2=100
Window: Xmin=0, Xmax=π, Ymin=0, Ymax=120
Als je de grafiek tekent zie je de volgende figuur:
Met 'intersect' kun je het snijpunt bepalen:
(1.4396544 ; 100)



3. Zoek een getal zo dat: $\frac{20}{3 \cdot (getal-2)^2-2} = 5$
Manier 4 en 5 zijn hier het meest geschikt:

$$3 \cdot (getal-2)^2 - 2 = \frac{20}{5}$$
$$3 \cdot (getal-2)^2 = 4 + 2$$
$$(getal-2)^2 = 2$$
$$getal - 2 = \sqrt{2}$$
$$getal = \sqrt{2} + 2$$

4. Geef bij $S = 7 \cdot A^2 + 5$ de tegenformule A =
Manier 4 en 5 zijn hier het meest geschikt:

$$S = 7 \cdot A^2 + 5$$
$$S - 5 = 7 \cdot A^2$$
$$\frac{S-5}{7} = A^2$$
$$\sqrt{\frac{S-5}{7}} = A$$

Manier 3 kan natuurlijk ook:

IN				UIT
A →	kwadraat →	x 7 →	+ 5 →	S

IN				UIT
S →	–5 →	: 7 →	wortel →	A

5. Zoek een getal dat samen met zijn derdemachtswortel gelijk is aan 5, $x + x^3 = 5$
   Manier 1, proberen:
   $1 + 1^3 = 5$, nee, klopt niet;
   $2 + 2^3 = 5$, nee, klopt niet;
   $-1 + (-1)^3 = 5$, nee, klopt niet;
   $-2 + (-2)^3 = 5$, nee, klopt niet, deze manier is dus niet zo handig.

   Manier 6, inklemmen:
   Het antwoord zal tussen de 1 en 2 zijn.
   $1.5 + 1.5^3 = 5$, komt in de buurt;
   $1.6 + 1.6^3 = 5$, komt in de buurt maar de vorige was beter;
   $1.55 + 1.55^3 = 5$, komt in de buurt;
   $1.52 + 1.5^{23} = 5$, komt in erg de buurt en beschouwen we als een voorlopig antwoord;

6. Los x op als $(x-1)^2 + 4 = 12$
   Manier 1, proberen:
   $(0-1)^2 + 4 = 12$, nee klopt niet;
   $(1-1)^2 + 4 = 12$, nee klopt niet;
   $(2-1)^2 + 4 = 12$, nee klopt niet;
   $(3-1)^2 + 4 = 12$, nee klopt niet;
   $(4-1)^2 + 4 = 12$, nee klopt niet;
   $(5-1)^2 + 4 = 12$, nee klopt niet, dus deze manier werkt niet.

   Manier 5, kwadraten wegwerken:
   $(x-1)^2 + 4 = 12$
   $(x-1)^2 = 8$
   $x - 1 = \pm\sqrt{8}$
   $x = \pm\sqrt{8} + 1$

7. Zoek een getal zo dat $getal * getal = 4 * getal + 2$
   Met andere woorden: $x^2 = 4x + 2$
   Kunnen we schrijven als: $x^2 - 4x - 2 = 0$
   En deze vergelijking kunnen we netjes oplossen met de de abc-formule maar dat wil het boek niet, dus gaan we inklemmen:
   $2 * 2 = 4 * 2 + 2$, nee komt niet in de buurt;
   $4 * 4 = 4 * 4 + 2$, komt in de buurt;
   $5 * 5 = 4 * 5 + 2$, komt ook in de buurt;
   $4.5 * 4.5 = 4 * 4.5 + 2$, komt nog meer in de buurt;
   $4.45 * 4.45 = 4 * 4.45 + 2$, klopt precies! Helaas hebben we nu maar de helft van de oplossing.

8. Geef een manier om de straal van een bol te bepalen als de inhoud bekend is. Je weet $I_{bol} = {}^4/_3\,\pi r^3$.

   Manier 3:

   IN r → tot de 3e macht → x 4 → x π → : 3 → UIT I_{bol}

   IN I_{bol} → x 3 → : 4 → : π → derdemachts wortel → UIT r

9. Twee autoverhuurbedrijven berekenen elk een andere huurprijs. Het ene zegt: $huur\ per\ dag = 0.85 * aantal\ kilometers$. Het andere rekent: $huur\ per\ dag = 0.45 * aantal\ kilometers + 35$. Bij hoeveel kilometers ben ik even duur uit?
   Manier 4, balansmethode:

$$0.85 * aantal\ kilometers = 0.45 * aantal\ kilometers + 35$$
$$0.40 * aantal\ kilometers = 35$$
$$aantal\ kilometers = \frac{35}{0.40}$$
$$aantal\ kilometers = 87.5$$

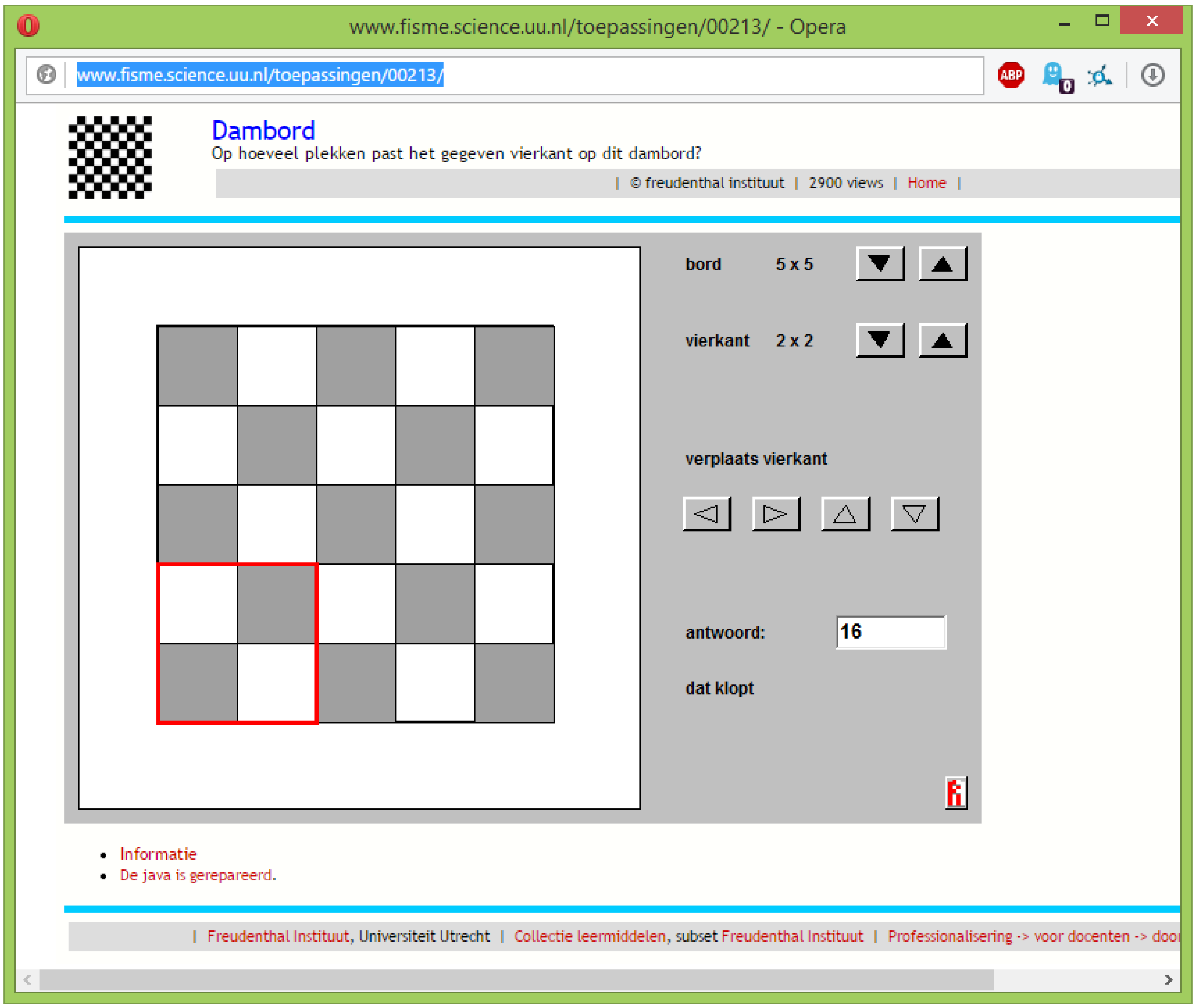
   Manier 6, inklemmen:
   $0.85 * 100 = 0.45 * 100 + 35$, goede gok;
   $0.85 * 90 = 0.45 * 90 + 35$, komt in de buurt;
   $0.85 * 85 = 0.45 * 85 + 35$, komt in de buurt;
   $0.85 * 87 = 0.45 * 87 + 35$, komt in de buurt;
   $0.85 * 87.5 = 0.45 * 87.5 + 35$, klopt precies maar ik zou het mijn leerlingen niet zo willen laten uitrekenen. Er zijn is maar een beperkt aantal opgaven waarbij inklemmen een handige manier is.

10. Opdracht 5.28

Hieronder een aantal eigen gekozen voorbeelden van hoe je leerlingen kunt laten oefenen zonder gelijksoortige sommetjes te laten doen. Hierbij heb ik gebruik gemaakt van de hoofdstukken van deel 2 van Getal & Ruimte VMBO-T/HAVO 10e editie). Omdat de leerlingen die ik les geef allemaal een Chromebook hebben, heb ik ervoor gekozen om alle voorbeelden op internet of in apps te zoeken.

a) Voorbeeld 1

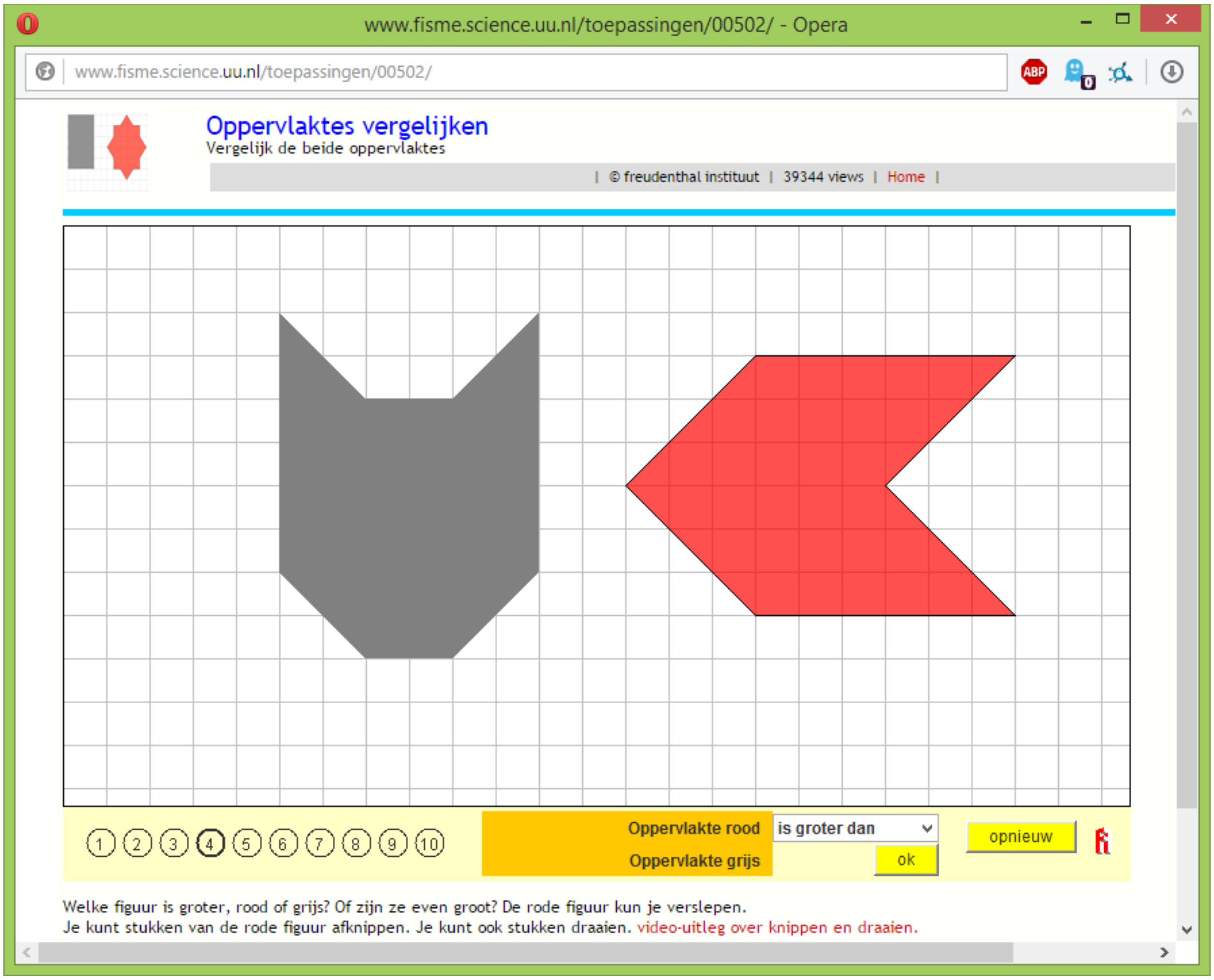
Bij het hoofdstuk Kwadraten (http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00213):



Waarom deze opgave? Omdat bij deze opgave niet direct duidelijk is dat het om een kwadratisch verband gaat. Daarnaast komt er ook een stukje rijen en reeksen voorbij zonder dat de leerling daar extra kennsi voor nodig heeft.

b) Voorbeeld 2

Bij het hoofdstuk Meten en Eenheden (http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00502):

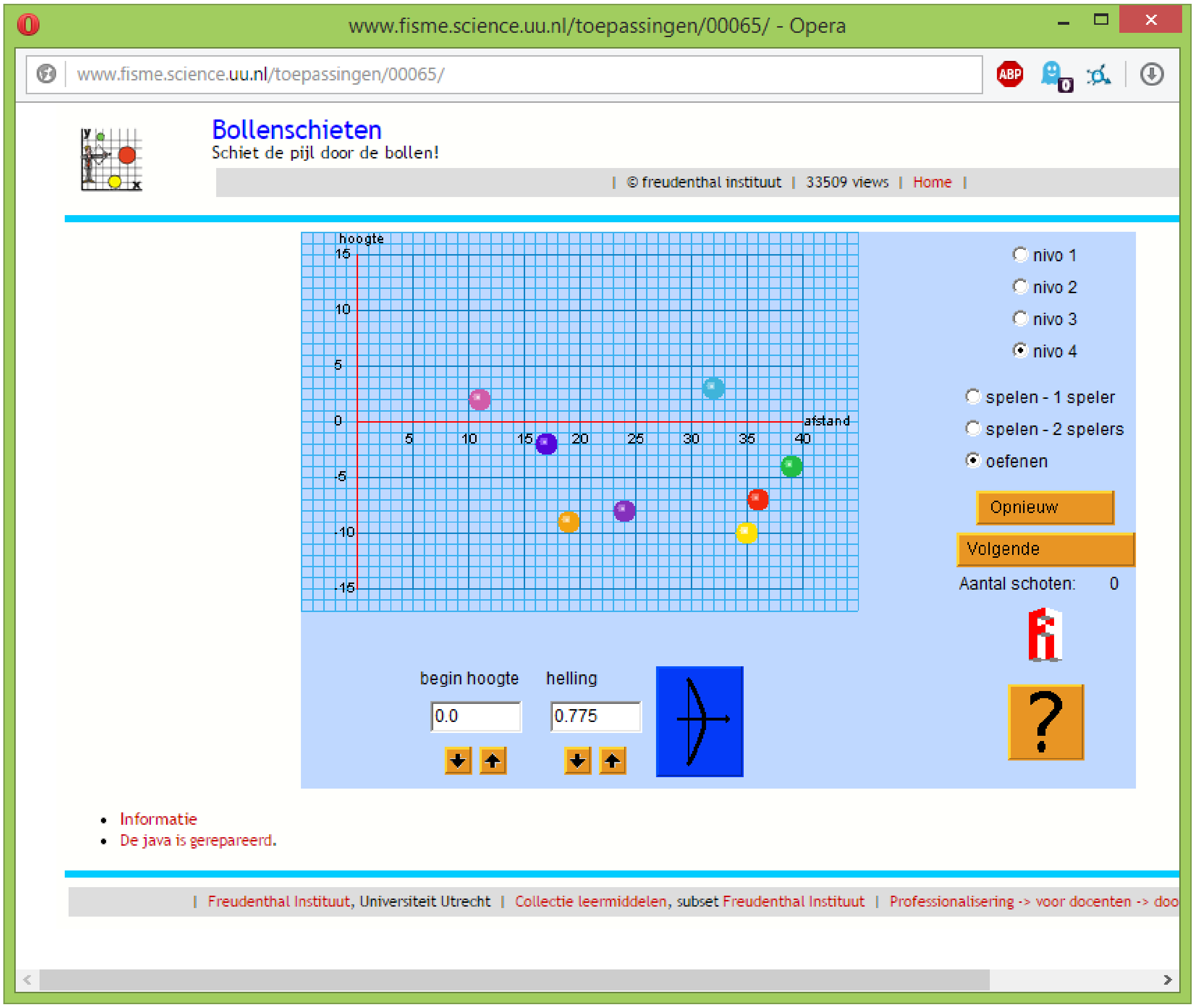


Als het gaat om oppervlakte zijn de leerlingen vaak gebonden aan een werkboek waaruit ze kunnen knippen en plakken. Met deze app kunnen leerlingen zoveel knippen en plakken als ze willen. De figuren kunnen in stukken 'geknipt' worden en zo met elkaar vergeleken worden.

c) Voorbeeld 3

Bij het hoofdstuk Formules (http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00065):

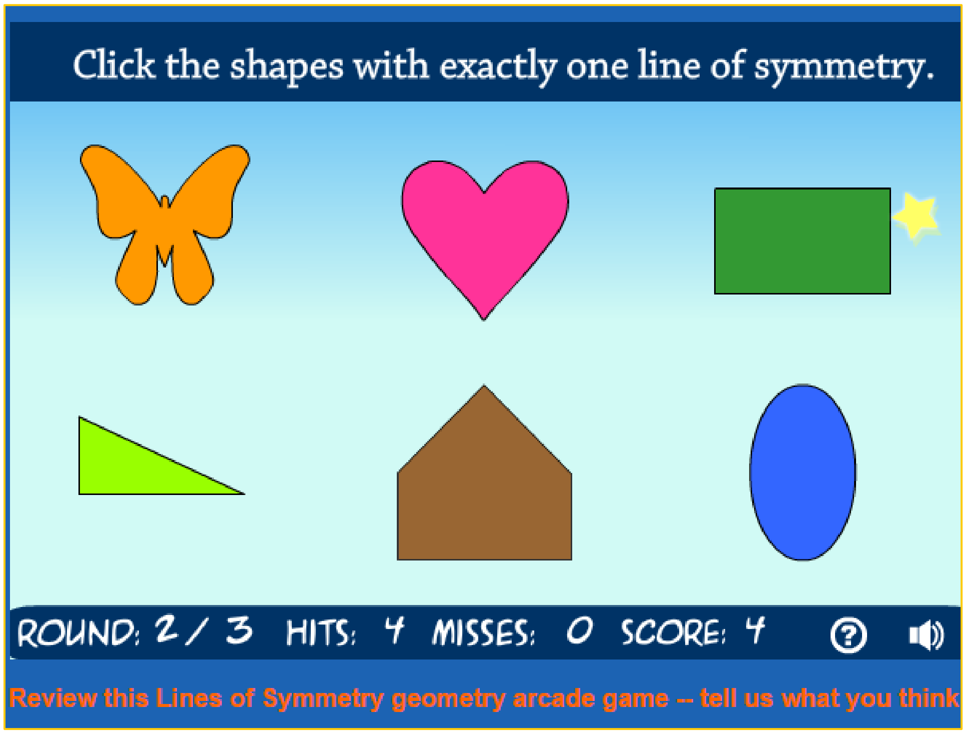
Wat formules betreft zijn er erg goede apps te vinden van het Freudenthal Instituut waarin het rechthoeksmodel volledig gebruikt en uitgelegd wordt. Daarom heb ik een andere uitgekozen waarbij leerlingen de beginhoogte en de helling van een grafiek moeten inschatten.



d) Voorbeeld 4

Bij het hoofdstuk Symmetrie
(http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/geometry/shapeshoot/SymmetryLinesShapesShoot.htm):

Een introductie op het gebruik van spiegelsymmetrie:

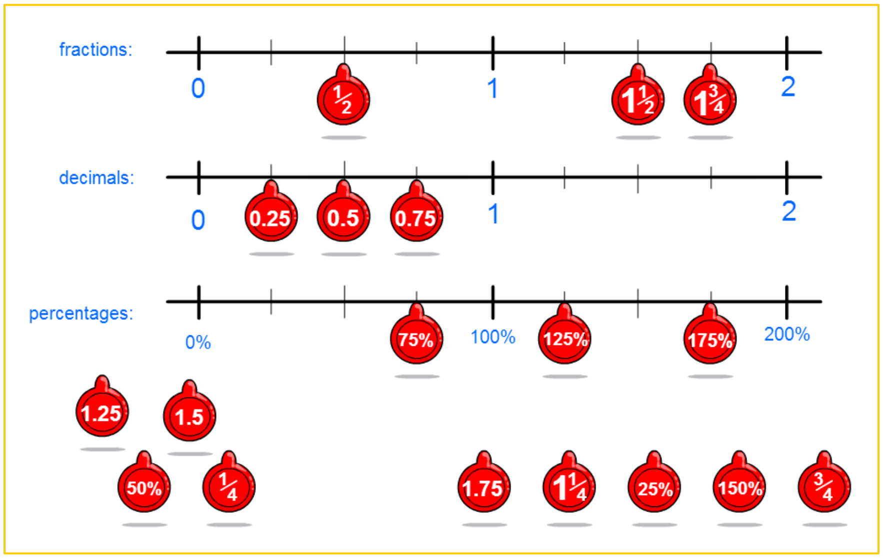


Overigens is deze site ook erg goed:

http://www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html

e) Voorbeeld 5

Bij het hoofdstuk Procenten (http://www.ictgames.com/equivalence.html):



Deze game is eenvoudig en een mooi opstapje naar het hoofdstuk procenten, met name voor de leerlingen die bijvoorbeeld niet meer weten dat 75% overeenkomt met ¾.